CEFET/RJ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE E CUSTO DE TOPOLOGIAS DE REDES REAIS: ABORDAGENS HEURÍSTICA E DETERMINÍSTICA

Felipe Sousa Chaves

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do Título de Mestre em Tecnologia.

Orientadora

Carla Silva Oliveira

Coorientador

Leonardo Silva de Lima

Rio de Janeiro

Julho de 2016

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE E CUSTO DE TOPOLOGIAS DE REDES REAIS: ABORDAGENS HEURÍSTICA E DETERMINÍSTICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas.

Felipe Sousa Chaves

Aprovada por:

Prof. Carla Silva Oliveira, D.Sc. (Orientadora)

Prof. Leonardo Silva de Lima, D.Sc. (Coorientador)

Prof. Artur Ziviani, Ph.D.

Prof. Leandro Teixeira, D.Sc.

Prof. Rafael Garcia Barbastefano, D.Sc.

Rio de Janeiro

Julho de 2016

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

C512 Chaves, Felipe Sousa
Análise de confiabilidade e custo de topologias de redes reais : abordagens heurística e determinística / Felipe Sousa Chaves.— 2016.
xi, 52f. : il.color. , grafs. , tabs. ; enc.

Dissertação (Mestrado) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca , 2016.
Bibliografia : f. 50-52
Orientadora : Carla Silva Oliveira
Coorientador : Leonardo Silva de Lima

1. Teoria dos grafos. 2. Confiabilidade (Engenharia). 3. Grafos purificados. 4. Engenharia de produção. I. Oliveira, Carla Silva (Orient.). II. Lima, Leonardo Silva de (Coorient.). III. Título.

CDD 511.5

Dedico esse trabalho aos meus queridos pais,
Maria de Fátima e José Antônio!

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todoas as pessoas próximas que de, alguma maneira, me deram suporte ao longo da vida e também durante esses 2 anos de mestrado, que precisei de ajuda, orientação, apoio. Cada um foi importante de alguma maneira.

Aos colegas de trabalho de Furnas João Paulo, Anderson, Robson, Rezende, Vanessa, Alessandra, Márcia, Jorge, Almir, Iyen, Arthur, Flávia, Cláudia, Ramon, Nelson, Leonardo, Victor, Eduardo, Leonardo, Vinicius, Wallace, Erika, Marcella, Tatiana, Leandro, Jefferson, David, Andre, Felipe, Carol, Fabio, Luciano, Mário, Rafael, Patrícia, Renata, Renato, Túlio, Alex, Bruno, André, Cecília, Rafael, Fernando, Roberto, Djair, Paola, Gisele, Antônio, Alan, Renan, Luiz, Rosadas, Cecília, Márcio, Danielle, Carlos, Adilson, Rogério, Adriano, Ana, Daniel, Bezerra, Gustavo, Mauro, Flavio, Marco, Sérgio, Alina, Adriano, Maria. Obrigado por auxiliarem no trabalho e pela moral.

Aos familiares: meus pais José Antônio e Maria de Fátima, irmãs Gabriela e Mariana, afilhada Juliana, sobrinho afilhado Vicente, Paulo, avó Rosa, tios Antônio, Cristina, Fernando, primos Camila, Bruno, Guilherme, aos avós já falecidos Amândio, Bárbara e Zeca. Obrigado pela força e união.

Aos docentes e discentes do CEFET-RJ, que foram importantes por engrandecer meu conhecimento, especialmente aos professores Carla e Leonardo, que tiveram paciência e proatividade na minha orientação. Forte agradecimento ao professor Rafael que também foi importante no aprendizado através das disciplinas lecionadas e pela contribuição na avaliação da tese.

Aos demais amigos de UFRJ, Santo Amaro, COPPEAD, IBMEC, IBGC e outros locais, que apesar da distância e da pouca comunicação, também foram importantes em determinados momentos da vida, obrigado.

Aos amigos da escola de percussão do Santa Marta, obrigado pelos momentos de diversão e distração. Aos amigos da academia, pela parceria nos treinos.

Aos companheiros Conselheiros de Administração de outras empresas que trocaram experiências e informações valiosas.

E, para pessoas muito especiais que, na maioria das vezes sem saber, me apoiaram indiretamente nessa empreitada. Falo de Nina, Bruno, Pedro, Luis Gustavo, Gilberto, Felipe, Henrique, Murilo, Caio, Alden, Rodrigo, Carol, Anna, Leo, Lucas, Filipe, Breno, Fabrício, Raphael, Guilherme, Gabrielle, Taiana, Stella, Luiza, Gabrielle, Wilson, e Bia. Obrigado demais.

Tenho muitos amigos, devo muito a eles!

O que se leva da vida é a vida que se leva.
Autor desconhecido

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE E CUSTO DE TOPOLOGIAS DE REDES REAIS: ABORDAGENS HEURÍSTICA E DETERMINÍSTICA

Felipe Sousa Chaves

Orientadora:

Carla Silva Oliveira, D.Sc.

Coorientador:

Leonardo Silva de Lima, D.Sc.

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do Título de Mestre em Tecnologia.

A topologia de uma rede é fator determinante para o planejamento operacional desta. Questões como *"qual a topologia que incorre em menor custo operacional e simultaneamente maximiza a confiabilidade?"* são de interesse prático. A confiabilidade de uma rede pode ser definida como a probabilidade que esta tem de permanecer conexa mesmo após a remoção de um subconjunto de suas arestas. O objetivo desse trabalho é avaliar a confiabilidade de um subconjunto de redes ópticas de transporte reais disponíveis no Topology Zoo. Um algoritmo foi implementado para a obtenção da rede com máxima confiabilidade dentre todas as redes com o mesmo número de vértices e arestas de cada rede real. As confiabilidades foram então comparadas e as influências de parâmetros de conectividade das redes para a confiabilidade foram avaliados. Um segundo algoritmo foi desenvolvido com a finalidade de otimizar o custo de operação da rede dado pelo número de transponders e a confiabilidade da rede. Os resultados computacionais indicam que a melhora da confiabilidade pode ser melhor entendida com a significativa redução das cardinalidades dos conjuntos de corte da rede.

Palavras-chave:

Grafos Purificados; Confiabilidade em redes; Teoria dos Grafos.

Rio de Janeiro

Julho de 2016

RELIABILITY AND COST ANALYSIS OF REAL NETWORKS TOPOLOGIES: HEURISTIC AND DETERMINISTIC APPROACHES

Felipe Sousa Chaves

Advisors:

Carla Silva Oliveira, D.Sc.

Leonardo Silva de Lima, D.Sc.

Abstract of dissertation submitted to Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas of Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, as partial of fulfillment of the requirements for the degree of Master in Technology.

The topology of a network is a determining factor for its operational planning. Questions like *"which topology incurs lower cost and simultaneously maximizes reliability?"* are of pratical interest. The reliability of a network may be defined as the probability that it remains connected even after the remotion a subset of their edges. The objective of this study is to evaluate the reliability of a subset of real optical networks from Topology Zoo. An algorithm was developed to obtain the network with the maximum reliability among all other with the same number of nodes and edges. The reliabilities were compared and the influences of network connectivity parameters for reliability were evaluated. A second algorithm has been developed in order to optimize the cost of network operation given by the number of transponders and network reliability. Computational results indicate that improvement in reliability can be better understood with the significant reduction of cardinality of network cut sets.

Keywords:

Graph Theory; Purified Graphs; Network Reliability

Rio de Janeiro

July 2016

Sumário

I Introdução **1**

II Conceitos Preliminares **3**

II.1 Teoria dos Grafos 3

II.2 Conceitos Básicos aplicados em Confiabilidade de Redes 4

II.2.1 Conectividade e Conjuntos de Corte 5

II.3 Algoritmos em Grafos 7

II.3.1 O Algoritmo de Dijkstra 7

II.3.2 O Algoritmo de Suurballe 10

III Confiabilidade de Redes **12**

III.1 Conceitos Preliminares 12

III.2 Grafos Purificados 14

III.3 Grafos de Confiabilidade Ótima (GCO) 17

III.4 Base de Dados 21

III.5 Experimentos Computacionais 22

IV Otimização da Relação entre Confiabilidade e Custo de Redes Reais **27**

IV.1 Trabalhos Relacionados 27

IV.2 Número de Transponders 28

IV.3 Metaheurística VNS (*Variable Neighborhood Search*) 34

IV.4 Modelo de Otimização de Custos e o Algoritmo em VNS 35

IV.4.1 Modelo de Otimização de Custos 35

IV.5 Algoritmo Modificado baseado na Metaheurística VNS 35

IV.5.1 Estratégias de Busca em Vizinhança 39

IV.6 Resultados Computacionais 41

V Conclusões **48**

Referências Bibliográficas **50**

Lista de Figuras

II.1 Grafo orientado, multigrafo e grafo simples . . . 3
II.2 Grafo G e sua matriz de adjacência $A(G)$ . . . 4
II.3 Grafos conexo e desconexo . . . 5
II.4 Conectividade em Grafos . . . 5
II.5 Exemplo de grafos para a análise da conectividade . . . 6
II.6 Exemplo de Diskstra . . . 9

III.1 Contração de Vértices Adjacentes v_1 e v_2 em $\bar{v}$ . . . 15
III.2 Subdivisões Uniformes em Arestas . . . 15
III.3 Purificação de Grafos . . . 16
III.4 Grafo Purificado G_1 . . . 18
III.5 Exemplo de G_2 . . . 19
III.6 Exemplo de Construção por Harary . . . 20
III.7 Exemplo de Construção por Bauer (grafos purificados) . . . 20
III.8 Comparação entre os algoritmos de Harary e Grafos Purificados . . . 21
III.9 Site Topology Zoo . . . 22
III.10 Relação entre Δm_2 e ΔP . . . 25
III.11 (a) Rede OTN CompuServe; (b) Rede GCO resultante do algoritmo . . . 26

IV.1 Rede RNP para o caso OTN . . . 30
IV.2 Caminhos disjuntos entre os vértices 1 e 2 da Rede RNP para o caso OTN . . . 30
IV.3 Rede RNP para o caso GCO . . . 32
IV.4 Rede Real VBNS (OTN) . . . 44
IV.5 Rede GCO associada à VBNS . . . 45
IV.6 Rede GCM associada à VBNS . . . 45
IV.7 Rede Real Sweden (OTN) . . . 46
IV.8 Rede GCO associada à Sweden . . . 46
IV.9 Rede Sweden GCM . . . 47

Lista de Tabelas

II.1 Construção da Tabela para Dijkstra (1) 9
II.2 Construção da Tabela para Dijkstra (2) 9
II.3 Construção da Tabela para Dijkstra (3) 10
II.4 Construção da Tabela para Dijkstra (Final) 10

III.1 Confiabilidade e Conjuntos de Corte de Arestas das Redes OTN e GCO para $\rho = 0.1$ . . 23
III.2 Incremento na Confiabilidade e a Comparação com os Conjuntos de Corte de Arestas de Cardinalidade 2 24
III.3 Valores de Confiabilidade da rede Abilenecore 25

IV.1 Cálculo do Número de Transponders de RNP OTN 31
IV.2 Cálculo do Número de Transponders da rede GCO associada à rede RNP 33
IV.3 Resultados da Otimização do Custo das Redes 42
IV.4 Valores da Função Objetivo 43

Capítulo I - Introdução

O desenho da topologia de uma rede é uma tarefa difícil por envolver diferentes parâmetros a serem otimizados, que são, inclusive, muitas vezes conflitantes, como descrito por Chaves em [6]. Um exemplo é a necessidade de desenvolver uma topologia que minimize os seus custos operacionais e ao mesmo tempo maximize a confiabilidade. Cada tipo de rede possui peculiaridades de natureza física e tecnológica que devem ser consideradas na implementação e análise de arquiteturas, porém certas características básicas, como os custos, de construção e manutenção, e a probabilidade de falhas das estações e das vias de transporte, apesar de variarem significativamente em cada tipo de rede, estarão sempre presentes e são informações úteis nas fases de construção, expansão e operação.

Nesse sentido, os procedimentos para cálculo dos algoritmos se diversificam por focar na otimização de determinados atributos, fornecendo aos técnicos informações objetivas para auxílio no processo de tomada de decisão. Ao construir uma rede, deve-se levar em consideração não só a confiabilidade, mas a capacidade do fluxo, questões econômicas, políticas, sociais, por exemplo.

Uma rede pode ser modelada por um objeto matemático denominado grafo, onde seus vértices podem representar os terminais da rede e suas arestas o meio físico de comunicação entre eles. Algumas vantagens em se modelar redes via grafos são: a identificação de pontos de vulnerabilidade na rede e a avaliação da confiabilidade da rede de modo a apontar quais topologias são mais adequadas. A vulnerabilidade da rede envolve o cálculo de parâmetros determinísticos de grafos, como conectividade de arestas e vértices, grau médio e número de conjuntos de corte. Por outro lado, a confiabilidade depende de parâmetros determinísticos e probabilísticos, como por exemplo a probabilidade de falha de uma aresta. Neste trabalho, será tratada a questão da confiabilidade.

A confiabilidade de uma rede é definida como a probabilidade que esta tem de permanecer conexa, ou seja, existir pelo menos um caminho entre dois quaisquer vértices, mesmo após a remoção de um subconjunto dos seus vértices e/ou de suas arestas. Uma rede é mais confiável que outra se ela possui uma probabilidade menor de se desconectar, no caso de falhas aleatórias. Em geral, o problema de otimização de confiabilidade de redes na literatura aparece sob quatro aspectos: (A) os vértices são tidos como confiáveis e as possibilidades de falha estão nas arestas; (B) as arestas são confiáveis e as possibilidades de falha estão nos vértices; (C) os vértices e arestas falham de modo independente; (D) otimização de uma função objetivo sujeita a restrições de confiabilidade da rede. As abordagens dos problemas (A) e (B) envolvem uma função de confiabilidade com parâmetros clássicos

de vulnerabilidade (conectividade de vértices e arestas, conceitos definidos no Capítulo II) visando a determinação de classes de grafos mais confiáveis sob a hipótese de que as falham ocorrem de modo independente e com a mesma probabilidade. Já a abordagem (C) envolve, em geral, simulações de Monte Carlo. No problema (D), programação dinâmica e métodos heurísticos são mais utilizados. Algumas referências sobre estes temas são: [4], [5], [10], [14], [16], [22], [34], [35], [39], [40].

Neste trabalho, a abordagem considera os problemas dos tipos (A) e (D). O resultado é a avaliação da confiabilidade de um conjunto de redes reais, redes ópticas de transporte, tomando como base a topologia dos grafos purificados, proposta por Bauer *et al* em [4]. Para alcançar esse objetivo, o desenvolvimento considerou três etapas: (i) a implementação computacional da metodologia proposta por Bauer *et al* em [4] para a construção de grafos com máxima confiabilidade para um relação específica de número de vértices e arestas; (ii) a comparação da confiabilidade do grafo teórico, que tem máxima confiabilidade dentre todos os grafos com mesma quantidade de vértices e arestas, com os resultados de confiabilidade das redes reais conhecidas como Redes Ópticas de Transporte (OTN). Os testes computacionais foram realizados a partir de um dataset de topologias de redes ópticas de transporte provenientes do Sítio *Topology Zoo*, [1], que correspondem ao backbone de redes reais de fibra óptica; (iii) o desenvolvimento de métodos heurísticos que solucionam a questão de como modelar redes, garantindo o menor custo, obedecendo uma restrição de confiabilidade mínima. Para isto, foram implementados métodos de busca local inspirados na metaheurística Variable Neighborhood Search (VNS). Até o momento não havia sido encontrado textos com a implementação do procedimento de Bauer *et al*, [4], para grafos purificados e também nenhuma aplicação em redes reais.

O trabalho está organizado em cinco capítulos. No Capítulo II são apresentados os conceitos básicos da Teoria dos Grafos e os algoritmos necessários para servir de base para o estudo de redes e confiabilidade. No Capítulo III são apresentados conceitos básicos de Confiabilidade em Redes que foram aplicados na análise das redes e a implementação do algoritmo de Bauer *et al*, [4], para a obtenção de grafos de confiabilidade máxima para uma relação específica entre vértices e arestas, e utilizando a ferramenta Matlab. Ainda no mesmo capítulo, esse algoritmo é testado para um conjunto de redes reais e os resultados são elencados de modo a realizar uma comparação de diversos parâmetros dos novos Grafos de Confiabilidade Ótima (GCO) com as Redes originais, as Redes Óticas de Transporte (OTN). Finalizando, o Capítulo IV introduz os conceitos da metaheurística Variable Neighborhood Search (VNS) demonstrando sua aplicação na busca de novas redes com custo mínimo que atendem certa restrição de confiabilidade e apresenta os algoritmos modificados que foram implementados para a otimização da relação $\frac{Confiabilidade}{Custo}$. Os resultados finais são consolidados. O Capítulo V expõe os objetivos alcançados no trabalho e sugere temas futuros.

Capítulo II - Conceitos Preliminares

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos da Teoria dos Grafos aplicados à Confiabilidade, importantes para a compreensão dos tópicos abordados nesta dissertação.

II.1. Teoria dos Grafos

Um grafo é uma estrutura matemática $G(V, E)$, onde V é um conjunto discreto cujos elementos são denominados de vértices ou nós e E é um conjunto de subconjuntos de dois elementos de V, cujos elementos são denominados arestas, as quais representam as ligações entre os vértices. Dois vértices v_i e v_j são denominados vértices adjacentes se existe uma aresta entre eles. Duas arestas são denominadas arestas adjacentes quando compartilharem um mesmo vértice.

O grafo G é denominado orientado, se existe uma orientação indicando o sentido da aresta, caso contrário é denominado não orientado. Se existir duas ou mais arestas conectando o mesmo par de vértices, dizemos que essas arestas são paralelas e se uma aresta envolver um único vértice, essa aresta é denominada laço. Um grafo simples é um grafo não orientado, sem laços e sem arestas paralelas. Um grafo que possui pelo menos duas arestas paralelas é denominado multigrafo. Denota-se a aresta que liga os vértices v_i e v_j, num grafo orientado, por $(v_i - v_j)$ e, em grafos não orientados, por (v_i, v_j).

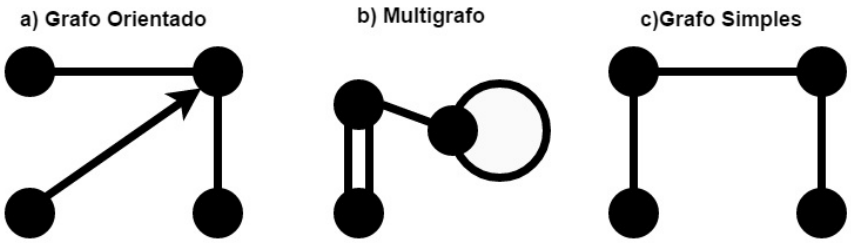


Figura II.1: Grafo orientado, multigrafo e grafo simples

Um grafo simples é de ordem n se $n = |V|$ e tamanho m se $m = |E|$. O número de arestas de um grafo simples atende a condição: $0 \leqslant m \leq \frac{n(n-1)}{2}$. Nessa dissertação trabalhamos com grafos simples.

Um percurso é uma família de arestas sucessivamente adjacentes. Um percurso é fechado quando a última aresta da sequência for adjacente à primeira e, caso contrário, é denominado aberto.

Um caminho é um percurso no qual os seus vértices podem ser ordenados de tal maneira que o primeiro seja adjacente ao segundo, o segundo adjacente ao terceiro, e assim sucessivamente até que o penúltimo seja adjacente ao último e que não haja outras adjacências entre os vértices além dessas. Um ciclo é um caminho que começa e termina no mesmo vértice. Um caminho e um ciclo com n vértices são denotados por P_n e C_n, respectivamente.

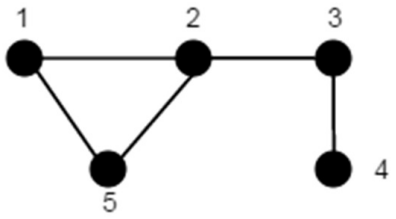
O grau de um vértice $v_i \in V$, denotado por $d(v_i)$ é o número de arestas ligadas diretamente a ele. A sequência decrescente de graus de um grafo é dada por $d_G = (d(v_1), \ldots, d(v_n))$, onde $d(v_1) \geq \cdots \geq d(v_n)$. O grau mínimo de um grafo G é denotado por $\delta(G) = min\{d(v_i) \mid \forall v_i \in V\} = d(v_n)$ e o grau máximo denotado por $\Delta(G) = max\{d(v_i) \mid \forall v_i \in V\} = d(v_1)$. O grau médio de um grafo G, denotado por $\bar{d}(G)$, é definido da seguinte maneira, $\bar{d}(G) = \frac{1}{|V|} \sum_{v_i \epsilon V} d(v_i)$.

Um grafo trivial é um grafo com apenas um vértice e nenhuma aresta. Um grafo é denominado k-regular se todos os seus vértices possuem grau k, ou seja, $d(v_i) = k, \forall i, 1 \leq i \leq n$. Se $d(v_i) = n-1, \forall\ 1 \leq i \leq n$, o grafo é denominado completo e denotado por K_n.

Existem diversas matrizes associadas a grafos. Dentre as matrizes mais conhecidas, tem-se as matrizes de adjacência, incidência, laplaciana e laplaciana sem sinal. A matriz de adjacência $A(G)$ é o modelo mais simples e mais utilizado para a interface gráfica e numérica de representar um grafo. Esta é uma matriz quadrada de ordem n cujas entradas são:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se} \quad (v_i, v_j) \in E \text{ para } v_i, v_j \in V \\ 0, & \text{nos outros casos} \end{cases}$$

É fácil observar que $A(G)$ é simétrica, ou seja, $a_{ij} = a_{ji}, \quad 1 \leq i, j \leq n$. A Figura II.2 exibe um grafo com 5 vértices e 5 arestas e sua matriz de adjacência.



G

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura II.2: Grafo G e sua matriz de adjacência $A(G)$

II.2. Conceitos Básicos aplicados em Confiabilidade de Redes

A Confiabilidade de Redes depende basicamente de dois parâmetros de vulnerabilidade: a conectividade e o número de conjunto de cortes de um grafo. O objetivo desta seção é apresentar os conceitos de Teoria dos Grafos aplicados à Confiabilidade de Redes.

II.2.1. Conectividade e Conjuntos de Corte

As conectividades de vértices e arestas de um grafo e a quantidade de conjuntos de corte são conceitos fundamentais na análise da Confiabilidade e Vulnerabilidade de Redes, pois dependendo do posicionamento das arestas, esses dois parâmetros podem mudar e afetar bruscamente a capacidade da rede se manter conectada após algumas falhas tanto de vértices e/ou de arestas.

A conexidade de um grafo está diretamente relacionada à possibilidade de transmissão do fluxo de um vértice ao outro, utilizando arestas existentes. Um grafo conexo possibilita a transmissão de fluxo entre todos os seus vértices. Já no grafo desconexo, isto não é possível. Assim, o conceito de conexidade está associado ao conceito de confiabilidade de uma rede modelada por um grafo.

Um grafo é denominado conexo quando existe um caminho ligando qualquer par de vértices. Caso contrário é denominado desconexo. A Figura II.3 apresenta exemplos de grafos conexo e desconexo.

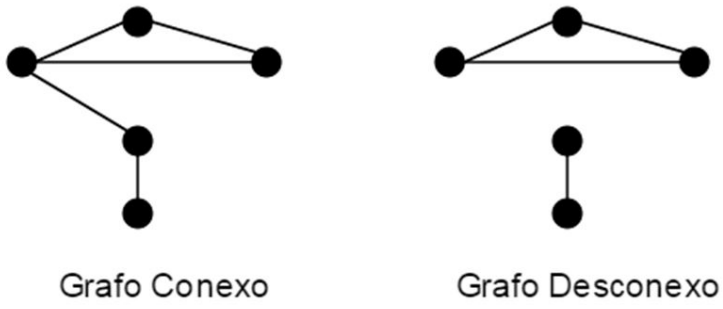


Figura II.3: Grafos conexo e desconexo

Em teoria dos grafos, a conectividade pode ser em vértices e arestas. A conectividade de vértices de um grafo G, denotado por $k(G)$, é definida sendo o menor número de vértices cuja remoção torna o grafo G desconexo ou trivial. De maneira similar define-se, conectividade de arestas de um grafo G, denotado por $\lambda(G)$, como o menor número de arestas que devem ser removidas para que o grafo se torne desconexo ou trivial.

A Figura II.4 exibe 3 grafos com suas conectividades de vértices e arestas.

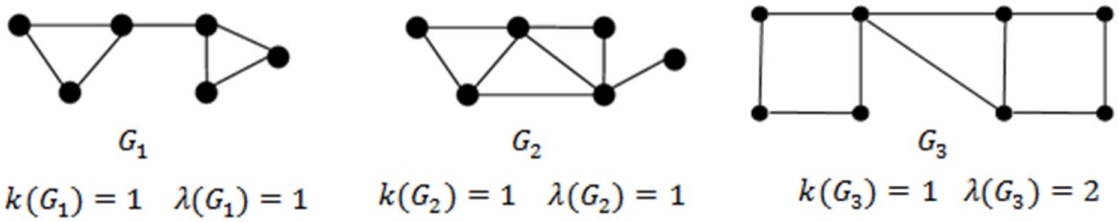


Figura II.4: Conectividade em Grafos

De acordo com Harary, [19], existe uma relação entre os parâmetros $k(G), \lambda(G)$ e $\delta(G)$ dada

pela seguinte inequação: $k(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$.

O conjunto de corte de arestas de cardinalidade λ (ou corte de arestas) é um conjunto de λ arestas cuja remoção torna o grafo desconexo ou trivial. O número de conjuntos de cortes de arestas com cardinalidade λ presente em G é denotado por $m_\lambda(G)$. Um grafo é k-conexo se e somente se todo conjunto de corte de arestas que torna o grafo desconexo possui no mínimo $k+1$ arestas.

Analogamente, define-se o conjunto de corte de vértices de cardinalidade k (ou corte de vértices) como um conjunto de k vértices cuja remoção torna o grafo desconexo ou trivial. O número de conjunto de cortes de vértices com cardinalidade k é denotado por $m_k(G)$. A Figura II.5 abaixo demonstra que alterações da topologia de uma rede influenciam diretamente nos parâmetros apresentados.

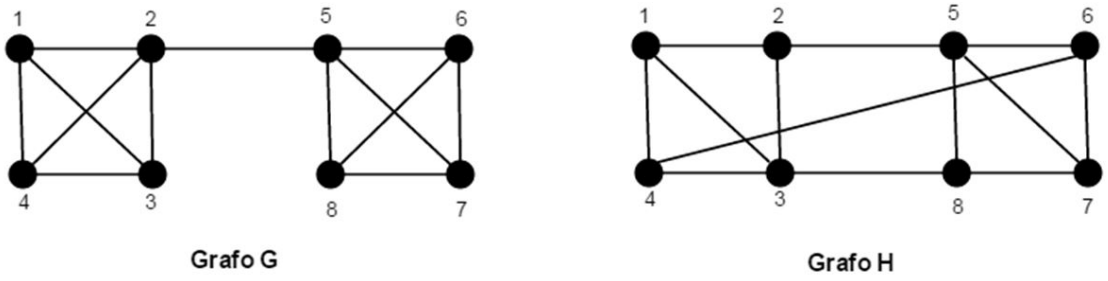


Figura II.5: Exemplo de grafos para a análise da conectividade

Considere na Figura II.5 dois Grafos G e H com $n = 8$ vértices, $m = 13$ arestas e grau mínimo $\delta = 3$. Daí temos o número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 1 e 2 são:

$$m_1(G) = 1, \qquad m_2(G) = 12, \qquad m_1(H) = 0, \qquad m_2(H) = 0.$$

Observe que caso a aresta (2,5) seja retirada de G, o grafo resultante é desconexo, ou seja, $\{$(2,5)$\}$ é um conjunto de corte de arestas de cardinalidade 1 de G. Caso a aresta (2,5) e qualquer outra sejam retiradas simultaneamente de G, o grafo resultante também é desconexo. Já no grafo H, se uma ou duas arestas forem removidas aleatoriamente, H permanecerá conexo, demonstrando assim, maior capacidade de manter seus vértices conectados.

Um grafo G é denominado $max\lambda$ quando, dentre o conjunto de todos os grafos que possuem n vértices e m arestas, este possuir a máxima conectividade de arestas. Harary, [19], criou um procedimento para construir grafos k-conexos com n vértices e $\lceil \frac{kn}{2} \rceil$ arestas, mostrando que tais grafos possuem máxima conectividade de arestas, ou seja, são max_λ. Assim, $k(G) = \lambda(G) = \delta(G) = \lfloor \frac{2m}{n} \rfloor$. Os grafos com máxima conectividade de arestas ficaram conhecidos como Grafos de Harary.

Um grafo G é denominado $min\ m_\lambda$ quando, dentre o conjunto de todos os grafos que possuem n vértices e m arestas, este possuir o menor número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade $\lambda(G)$. Grafos simultaneamente $max\lambda$ e $min\ m_\lambda$ são os de máxima confiabilidade.

Bauer *et al*, [4], mostraram que, para $\lfloor \frac{2m}{n} \rfloor \geq 3$, existe um subconjunto de grafos de Harary que são mais confiáveis dentre todos os grafos com n vértices e m arestas. Para maiores informações sobre o procedimento de construção desses grafo vide [23]. Ainda em [4], Bauer *et al* demonstraram que os Grafos de Harary não são os de máxima confiabilidade para o caso em que $\lfloor \frac{2m}{n} \rfloor = 2$. Assim, modelaram um novo algoritmo, foco de estudo desta tese.

II.3. Algoritmos em Grafos

Nesta seção, descrevemos os algoritmos que são ferramentas fundamentais na análise da otimização de custos realizada no Capítulo IV. Esses algoritmos serão utilizados para o cálculo dos caminhos menos onerosos em todas as combinações de pares de vértices do grafo.

II.3.1. O Algoritmo de Dijkstra

Em um grafo, os pesos relativos às arestas podem representar o custo de construção ou distância entre vértices, por exemplo. O Algoritmo de Dijkstra, desenvolvido por Dijkstra em [12], visa solucionar o problema de encontrar o caminho menos oneroso num grafo orientado ou não-orientado com arestas com pesos não negativos. É um algoritmo guloso, ou seja, que toma a decisão que parece ótima no momento, encontrando o caminho cuja soma dos pesos das arestas envolvidas é mínima entre dois vértices específicos de um grafo. Seu entendimento será base para o Algoritmo de Suurballe, descrito na próxima subseção. Seja d_{ij} o custo da aresta (i, j), o Algoritmo de Dijkstra é descrito a seguir.

Algoritmo 1: ALGORITMO DE DIJKSTRA

Entrada: Grafo $G = (V, E)$, $D = [d_{ij}]$, nó de partida s

Saída: Valores dos menores somatórios de custos de arestas entre s e os demais vértices do Grafo. Sequências desses caminhos.

1 $dist[s] \leftarrow 0$ (distância para nó de origem é zero)

2 Para todo $v \, \epsilon \, V - \{s\}$

3 faça $dist[v] \leftarrow \inf$ (definir todas as outras distâncias como infinito)

4 $S \leftarrow \varnothing$ (S, o conjunto dos nós visitados está inicialmente vazio)

5 $Q \leftarrow V$ (Q, a fila contem todos os vértices inicialmente)

6 Enquanto $Q \neq \varnothing$ (enquanto a fila não está vazia)

7 faça $u \leftarrow min_distancia(Q, dist)$ (selecionar o elemento de Q com a mínima distância)

8 $S \leftarrow S \cup \{u\}$ (adicionar u à lista dos nós visitados)

9 para todo $v \, \epsilon \, vizinhos[u]$ faça

10 se $dist[v] > dist[u] + w(u, v)$ (se um novo caminho mínimo for encontrado)

11 então $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$ (indicar novo valor de caminho mínimo)

Fonte: Adaptado de [18].

A seguir, um exemplo do Algoritmo de Dijkstra aplicado a um grafo de 6 vértices e 9 arestas, onde o nó de partida é o vértice A.

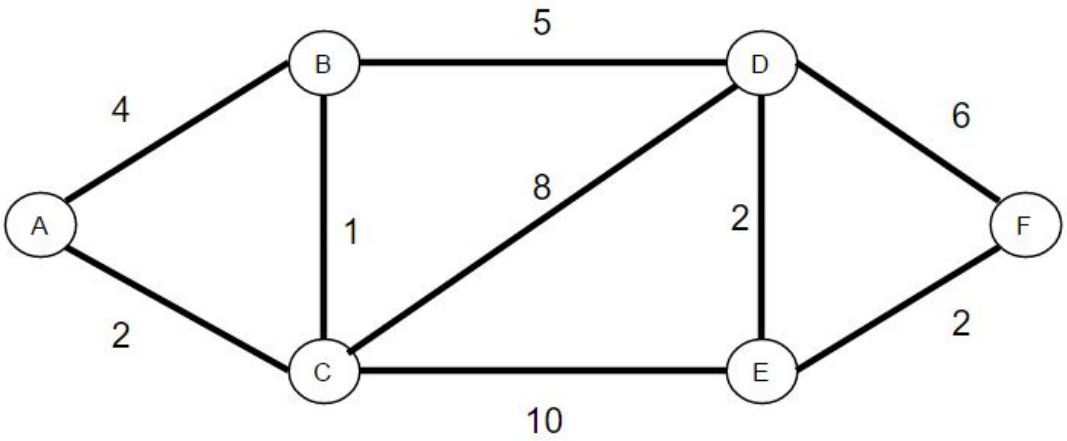


Figura II.6: Exemplo de Diskstra

As primeiras implementações consistem em atribuir valor zero à estimativa de custo do vertice A e infinito às demais.

Tabela II.1: Construção da Tabela para Dijkstra (1)

Vértice	**Passo 1**	**Passo 2**	**Passo 3**	**Passo 4**	**Passo 5**	**Passo 6**
A	0,A					
B	∞					
C	∞					
D	∞					
E	∞					
F	∞					

Em seguida, inicia-se o loop que verifica o custo de A até o próximo vértice adjacente possível, considerando o menor somatório de custos.

Tabela II.2: Construção da Tabela para Dijkstra (2)

Vértice	**Passo 1**	**Passo 2**	**Passo 3**	**Passo 4**	**Passo 5**	**Passo 6**
A	0,A	*	*	*	*	*
B	4,A					
C	2,A					
D	∞					
E	∞					
F	∞					

Como o menor custo é o Caminho de A para C, então, no Passo 2, repete-se esse caminho.

Tabela II.3: Construção da Tabela para Dijkstra (3)

Vértice	Passo 1	Passo 2	Passo 3	Passo 4	Passo 5	Passo 6
A	**0,A**	*	*	*	*	*
B	4,A	3,C				
C	2,A	**2,A**	*	*	*	*
D	∞	10,C				
E	∞	12,C				
F	∞	∞				

O próximo caminho com menor somatório de custos é A,C,B. Assim, repete-se 3,C no Passo 3. Realizando esta lógica em todos os passos seguintes, tem-se a Tabela resultante II.4 a seguir, onde as células destacadas em nergito representam o caminho menos oneroso do vértice A ao vértice F, sendo A,C,B,D,E,F.

Tabela II.4: Construção da Tabela para Dijkstra (Final)

Vértice	Passo 1	Passo 2	Passo 3	Passo 4	Passo 5	Passo 6
A	**0,A**	*	*	*	*	*
B	4,A	3,C	**3,C**	*	*	*
C	2,A	**2,A**	*	*	*	*
D	∞	10,C	8,B	**8,B**	*	*
E	∞	12,C	12,C	10,D	**10,D**	*
F	∞	∞	∞	14,D	12,E	**12,E**

II.3.2. O Algoritmo de Suurballe

O Algoritmo de Suurballe, desenvolvido em [36] por Suurballe e Tarjan, tem o objetivo de encontrar os dois caminhos mínimos disjuntos por arestas entre dois vértices, ou seja, dois caminhos com custo mínimo sem nenhuma ligação compartilhada. Girolimetto, em [17] define o conceito de caminho de backup como o segundo caminho mais curto disjunto por ligação. Caso o caminho principal menos oneroso falhe, haverá um segundo caminho menos oneroso de backup que não compartilha nenhuma aresta com o primeiro para manter o caminho ativo. A ideia principal é usar o Algoritmo de Dijkstra para encontrar o primeiro caminho de custo mínimo, modificar os pesos das arestas e rodar Dijkstra novamente para identificar o caminho de backup. O algoritmo segue os passos descritos no Algoritmo 2 abaixo.

Algoritmo 2: ALGORITMO DE SUURBALLE

Entrada: Grafo G, nó de partida s, nó destino d

Saída: Dois caminhos disjuntos por arestas, caminho principal e caminho de backup.

1 Computar o menor caminho partindo do nó s utilizando o algoritmo de Dijkstra
2 Seja $d_{s,u}$ o custo do nó s ao nó u;
3 Transformar o grafo original G em um grafo auxiliar G' como se segue:
4 Vértices e arestas se mantém intactos;
5 O custo de cada aresta (u, v) em G' é definido por:
6 $\pi_{u,v} = c_{u,v} + d_{s,u} - d_{s,v}$, onde
7 $\pi_{u,v}$ denota o custo da aresta (u, v) no grafo G' e
8 $c_{u,v}$ denota o custo da aresta (u, v) no grafo G;
9 Inverter os sentidos das arestas ao longo do menor caminho do nó s ao nó d;
10 Computar o menor caminho do nó s ao nó d no grafo G';
11 O menor caminho entre os nós s e d em $G(G')$ é denotado $P(P')$:
12 Remover as arestas que aparecem simultaneamente em P e P'
13 (no sentido oposto), todas as outras arestas em P e P'
14 formam um ciclo quando se ignora seus sentidos. Os dois caminhos disjuntos por arestas
15 entre os nós s e d são encontrados através do ciclo.

Fonte: Adaptado de [9].

De acordo com Girolimetto, vide [17], o algoritmo de Suurballe retorna dois caminhos disjuntos por ligações. Nas redes de telecomunicações, por exemplo, o primeiro caminho retornado é denominado caminho de trabalho e o segundo caminho é o caminho de backup. Entretanto, caso o algoritmo de Suurballe não encontre dois caminhos disjuntos, a topologia de rede não permanece conexa após uma falha em uma ligação do caminho principal.

Uma observação que deve ser feita é que, para determinados tipos de grafos, existe a possibilidade da topologia da rede não possuir 2 caminhos disjuntos por arestas, resultando no insucesso do algoritmo. Entretanto, para os casos estudados no presente trabalho, essa possibilidade não ocorrerá.

Na Seção IV.2, pode ser visto um exemplo de cálculo do algoritmo de Suurballe aplicado à uma rede que será estudada mais adiante nessa dissertação.

Capítulo III - Confiabilidade de Redes

Neste capítulo são apresentados os conceitos de Confiabilidade de Redes, considerando a abordagem do tipo (A) definida na introdução, na qual os vértices são tidos como confiáveis e as possibilidades de falha estão nas arestas, e o conceito de Grafos Purificados, descrito por Bauer *et al* em [4].

III.1. Conceitos Preliminares

Confiabilidade de Redes é um tema extenso e desperta atenção de diversos pesquisadores. Dentre os mais significativos, cabe citar as referências [4], [8], [10], [20] e [38] que se basearam no importante estudo de Harary, vide [19], o qual determina um algoritmo eficiente para a construção de grafos de máxima confiabilidade.

Por confiabilidade de uma rede entende-se a probabilidade da mesma permanecer conexa após a remoção de um subconjunto de suas arestas. Dessa maneira, considera-se que a rede está operando se existe pelo menos um caminho entre cada par de vértices (o termo em inglês é o *all-terminal reliability*).

De acordo com Shpungin, [34] , o cálculo da confiabilidade de uma rede modelada por um grafo é um problema do tipo *NP-Hard* e, para que através da capacidade de processamento atual, seja viável a simulação de falhas em grandes redes, algumas aproximações devem ser realizadas. Segundo Colbourn, [8], em uma das hipóteses de aproximações reais, os vértices do grafo são considerados infalíveis, enquanto que as arestas podem falhar. Harary em 1969, [19], determina um algoritmo eficiente para a construção de grafos com máxima conectividade de arestas. Com base nestas ideias, Bauer *et al*, [4], mostram que um subconjunto dos grafos de Harary tem máxima confiabilidade quando a relação $\frac{2m}{n} \geqslant 3$ é válida, situação que já foi avaliada por Pavan *et al* em [30] com a implementação em redes reais.

Essa dissertação analisa a confiabilidade nas redes considerando a situação na qual os vértices são confiáveis, as falhas ocorrem nas arestas e quando a relação $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$ é obedecida, cenário comum entre as redes reais que possuem restrições de gastos. Em paralelo, no Capítulo IV, investiga-se o comportamento dos parâmetros quando os custos são adicionados ao problema. Para tanto, deve-se conhecer as especificidades da rede a ser testada, de modo que seja factível representá-la através

de um grafo que falhe somente nas interligações. O método para o cálculo da confiabilidade através apenas da probabilidade de falha das arestas está demonstrado no trabalho de Colbourn, em [8].

Assumindo que cada vértice é perfeitamente confiável e somente as arestas estão propensas às falhas, de maneira que falham de modo independente e com probabilidade ρ, Kelmans em 1966, [20], definiu a não-confiabilidade de uma rede para este tipo de aproximação pela seguinte expressão:

$$\widehat{P}(G,\rho) = \sum_{i=\lambda}^{m} m_i \rho^i (1-\rho)^{m-i}, \tag{III.1}$$

onde m_i é o número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade i, m o número de arestas do grafo, ρ a probabilidade de falha de cada aresta e λ a conectividade de arestas da rede. A expressão (III.1) é a função de não-confiabilidade, trazendo como resultado $\widehat{P}$, a probabilidade da rede tornar-se desconexa, dado $0 < \rho < 1$. Esta é uma função probabilística pela presença do parâmetro ρ, mas também envolve parâmetros determinísticos de vulnerabilidade, como a conectividade de arestas, $\lambda = \lambda(G)$, e o número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade i, $m_i(G)$. Um grafo G com n vértices e m arestas é considerado ótimo em relação à confiabilidade quando, para qualquer outro grafo G' com n vértices e m arestas tem-se que $\widehat{P}(G,\rho) < \widehat{P}(G',\rho)$, para qualquer $\rho \in (0,1)$. Em [31], [37] e [38], podemos encontrar diferentes aspectos da confiabilidade de redes a partir da função dada em (III.1).

Como o cálculo exato da confiabilidade a partir da expressão (III.1) é um problema *NP-Hard*, o esforço computacional cresce exponencialmente com a ordem da rede. Este fato deve-se aos cálculos dos conjuntos de corte de arestas $m_i(G)$, vide [3]. Bauer *et al*, [4], também observaram que caso a probabilidade de falha das arestas fosse suficientemente pequena, o cálculo de $\widehat{P}(G,\rho)$ poderia ser reduzido somente ao cálculo do primeiro termo da expressão (III.1), ou seja, $\widehat{P}(G,\rho) \simeq m_\lambda \rho^\lambda (1-\rho)^{m_\lambda}$.

Teixeira *et al*, em [24], exibem exemplos em que o cálculo do segundo termo da equação (III.1) pode ser significativo. Desta forma, sugeriram em [24] uma aproximação de (III.1) por uma função $\widehat{P}(G,\rho)$ que é dada pela seguinte expressão:

$$\widehat{P}(G,\rho) \simeq m_\lambda \rho^\lambda (1-\rho)^{m-\lambda} + m_{\lambda+1} \rho^{\lambda+1} (1-\rho)^{m-\lambda-1} \tag{III.2}$$

Esta dissertação irá realizar o cálculo de $\widehat{P}$ considerando também o terceiro termo da da equação (III.1) conforme a equação (III.3) abaixo. Simulações realizadas mostraram que, para taxas de falha em arestas superiores à $\rho = 0,05$, a omissão do terceiro termo poderia alterar significativamente o valor da confiabilidade. A Tabela III.3 demonstra essa diferença e por isso utilizaremos neste trabalho a aproximação dada pela equação (III.3).

$$\widehat{P}(G,\rho) \simeq m_\lambda \rho^\lambda (1-\rho)^{m-\lambda} + m_{\lambda+1} \rho^{\lambda+1} (1-\rho)^{m-\lambda-1} + m_{\lambda+2} \rho^{\lambda+2} (1-\rho)^{m-\lambda-2} \tag{III.3}$$

Para facilitar o entendimento, nesta dissertação utilizamos o conceito de confiabilidade, denotado por P, para se referir à probabilidade da rede se manter conexa após a remoção de um subconjunto de arestas. Para tanto, define-se a Confiabilidade como o complemento da não-confiabilidade $\widehat{P}$, ou seja,

$$P(G,\rho) = 1 - \widehat{P}(G,\rho) = 1 - [m_\lambda \rho^\lambda (1-\rho)^{m-\lambda} + m_{\lambda+1}\rho^{\lambda+1}(1-\rho)^{m-\lambda-1} + m_{\lambda+2}\rho^{\lambda+2}(1-\rho)^{m-\lambda-2}] \tag{III.4}$$

Observe que a otimização de $P(G,\rho)$, ou seja, a sua maximização, envolve a obtenção de um grafo com valor máximo de $\lambda(G)$ e mínimo de m_λ. Bauer *et al*, [4], estudaram a determinação dos grafos com máxima conectividade de aresta e número mínimo de cardinalidade de conjuntos de corte de arestas de tamanho λ, denotados por grafos $max\lambda \ \& \ min \ m_\lambda$. Em 1997, Wang e Zhang, [38], estudaram a determinação dos grafos com máxima conectividade de aresta e número mínimo de cardinalidade de conjuntos de corte de tamanho $\lambda + 1$, denotados por $max\lambda \ \& \ min \ m_{\lambda+1}$. Nesta dissertação estamos trabalhando no primeiro caso, ou seja, grafos $max\lambda \ \& \ min \ m_\lambda$.

Bauer *et al*, [4], também mostraram que os grafos mais confiáveis de acordo com a função (III.1) podem ser classificados pelo valor de $\frac{2m}{n}$. Quando $\frac{2m}{n} \geqslant 3$, os grafos pertencem a um dado subconjunto dos grafos de Harary. No caso em que $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$, os mais confiáveis são os grafos gerados através de grafos purificados e subdivisões uniformes em arestas que são definidos na próxima seção. Esta dissertação se aterá a esta segunda situação.

III.2. Grafos Purificados

Grafos Purificados são uma interessante classe de grafos desenvolvida especificamente para o tratamento da Confibilidade de Redes. O conceito de grafo purificado é apresentado com pouca formalidade por Bauer *et al* em [4], e apresentado de forma clara em [37].

Bauer *et al*, [4], verificaram que para determinadas redes, onde era fornecido o número de vértices, n, e o número de arestas, m, tal que $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$, as topologias dos grafos de Harary não minimizavam mais a função de não confiabilidade $\widehat{P}$ dada em (III.1). Na realidade, nestes casos, as topologias com máxima confiabilidade são obtidas a partir do conceito de Grafos Purificados (GP). Para tanto, a partir das provas fornecidas em [4], apresenta-se aqui nesta dissertação um algoritmo para a construção de grafos com máxima confiabilidade $max\lambda \ \& \ min \ m_\lambda$ a partir dos grafos GP, baseado em [24] e [37].

Para compreender o conceito dos Grafos Purificados, é necessário introduzir duas definições: a contração de vértices adjacentes e a subdivisão uniforme. A contração dos vértices adjacentes v_1 e v_2 em G em um único vértice $\bar{v}$ consiste em substituir em G os vértices v_1 e v_2 pelo vértice $\bar{v}$,

eliminando os loops e arestas paralelas formadas no processo e mantendo $\bar{v}$ adjacente a todos os vizinhos de v_1 e v_2. A Figura III.1 a seguir exemplifica esta operação.

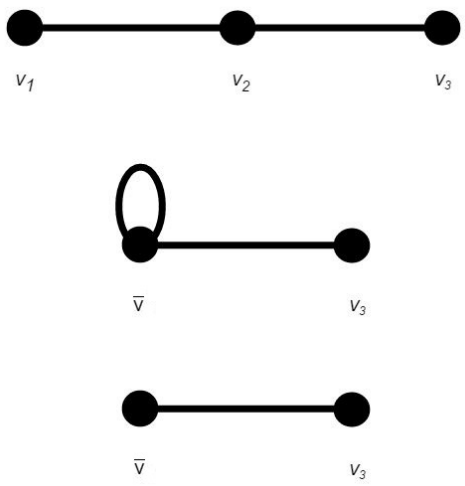


Figura III.1: Contração de Vértices Adjacentes v_1 e v_2 em $\bar{v}$

Segundo [24], a subdivisão de uma aresta em um grafo consiste na inclusão de um vértice de grau 2 na mesma. Uma subdivisão uniforme de aresta (ou destilação uniforme) é definida como a inserção de um vértice de grau 2 em todas as arestas do grafo, ou seja, se $e = (v, w)$ é uma aresta de um grafo G, G' é o grafo resultante de G quando e é substituída por um par de arestas (v, u) e (u, w) em G. Assim, a aresta e foi subdividida e haverá subdivisão uniforme em G quando a mesma operação for realizada simultaneamente em todas as arestas de G. Analogamente, duas subdivisões uniformes inserem dois vértices de grau 2 em todas as arestas do grafo G. A Figura III.2 apresenta alguns exemplos de grafos obtidos pelas operações de subdivisões uniformes.

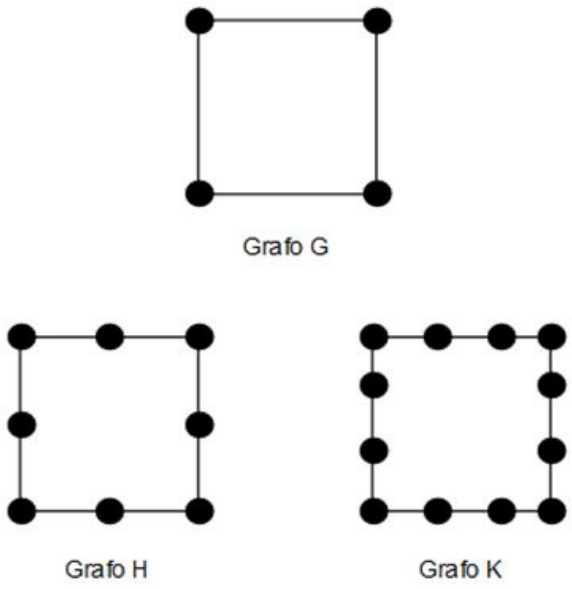


Figura III.2: Subdivisões Uniformes em Arestas

No exemplo acima, o grafo G passa por uma subdivisão uniforme em arestas, gerando o grafo H, enquanto que ao passar por duas subdivisões uniformes em arestas gera o grafo K. Ambos os grafos H e K são chamados de grafo subdivisão uniforme de G.

Ressalta-se que o grafo K resulta da inserção de dois vértices de grau 2 em cada aresta de G. Caso houvesse uma nova subdivisão uniforme de 1 vértice no Grafo H, o resultado seria distinto do grafo K. Para maior detalhamento sobre subdivisões uniformes em arestas, vide [37]. Assim, a subdivisão uniforme ou destilação uniforme é realização da operação inversa à contração de vértices adjacentes. De posse desses conceitos, pode-se construir a definição de Grafos Purificados.

Um grafo purificado consiste num grafo obtido por sucessivas contrações de vértices adjacentes de grau 2, ou seja, operações que aglutinam 2 vértices eliminando a aresta que os interliga. A Figura III.3 exibe dois grafos e seus grafos purificados correspondentes (maiores explicações em [24] e [37]).

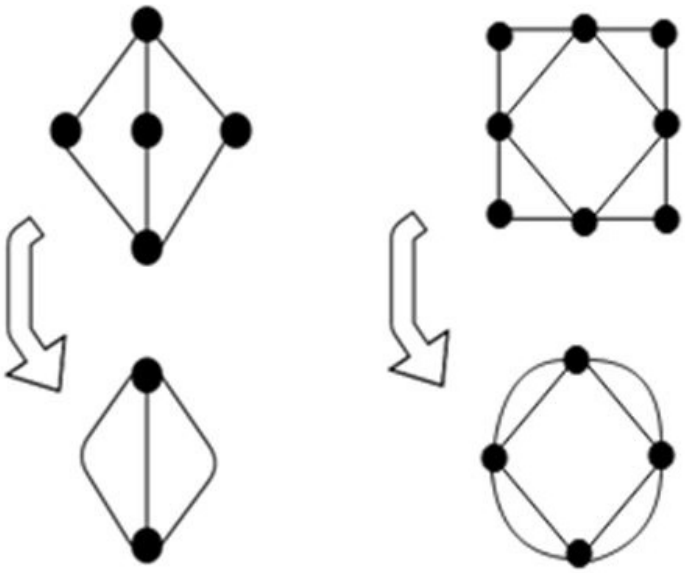


Figura III.3: Purificação de Grafos

Wang e Zhang, [38], constroem um grafo purificado a partir da substituição de cada caminho disjunto por arestas por uma única aresta, onde os vértices terminais têm grau no mínimo 3 e cada vértice intermediário tem grau 2.

Por outro lado, em [4], Bauer *et al* demonstram que os grafos gerados por sucessivas destilações uniformes a partir de um grafo purificado com $\lambda = 3$ terão o menor valor de m_2. Como pode ser visto em [37].

Através da análise da função de confiabilidade (III.4) verifica-se que, dentro do conjunto dos grafos com mesmo número de vértices n e número de arestas m, os que possuírem menor valor de m_2 serão mais confiáveis, pois o primeiro termo $m_\lambda \rho^\lambda (1-\rho)^{m-\lambda}$ contribui da forma mais significa-

tiva para a redução da confiabilidade P. A noção geral de cálculo de confiabilidade em redes e o aprofundamento do caso elaborado por Bauer *et al* em [4], no qual $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$, fornece a base teórica necessária para a elaboração de um algoritmo capaz de sugerir topologias com máxima confiabilidade para determinados valores de m e n, como pode ser visto na próxima seção. Denominamos aqui os grafos com a máxima confiabilidade obedecendo a restrição $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$ por grafos de confiabilidade ótima, ou por simplicidade de grafos GCO.

III.3. Grafos de Confiabilidade Ótima (GCO)

Nessa sessão é apresentado o algoritmo descrito que encontra grafos de máxima confiabilidade, maximizando a função (III.4), para determinado número de vértices e arestas que obedecem a relação $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$. Nessa dissertação, esse processo foi implementado no software *Matlab* e posteriormente aplicado em diversas redes ópticas reais, descritas na Seção III.4 deste capítulo.

Através de um número de vértices e de arestas previamente assumidos de uma rede e considerando que os vértices são confiáveis e que as arestas estão sujeitas a falhas, foi implementado um algoritmo capaz de modelar a arquitetura da rede com máxima confiabilidade baseado na metodologia desenvolvida por Bauer *et al* em [4], que maximiza a função (III.4) pela minimização do número de conjuntos de corte de cardinalidade 2, m_2. Esta metodologia tem como dados de entrada: o número de vértices, n, o número de arestas, m, da nova rede desejada obedecendo a relação $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$; e a probabilidade de falha das arestas, denotada por ρ. A saída do algoritmo fornece a matriz de adjacência do grafo com máxima confiabilidade, os números de conjuntos de corte de arestas de suas respectivas cardinalidades e, consequentemente, a confiabilidade da rede, calculada pela equação (III.4). O Algoritmo 3 demonstra como obter o grafo com máxima confiabilidade a partir do Grafo Purificado. Os grafos resultantes desse algoritmo foram denominados por nós de **Grafos de Confiabilidade Ótima (GCO)**.

Algoritmo 3: CONSTRUÇÃO DE GRAFOS GCO

Entrada: $n, m \in Z_+^*$ tal que $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$

1 $t \leftarrow m - n$

2 Construir Grafo Purificado G_1 3-regular, com $2t$ vértices e $3t$ arestas

3 $k \leftarrow \left\lfloor \frac{n-2t}{3t} \right\rfloor$

4 Obter G_2 com $n_k = 2t + 3kt$ vértices e $m_k = (k+1)3t$ ao realizar k subdivisões uniformes nas arestas de G_1

5 **Se** $n_k \neq n$ e $m_k \neq m$ **faça**

6 $L \leftarrow |m - m_k|$

7 Obter G_3 ao inserir 1 vértice de grau 2 em L arestas distintas de G_2

8 $G \leftarrow G_3$

9 **Senão** $G \leftarrow G_2$

10 *Saída:* Grafo GCO, 2-conexo sendo maxλ & min m_λ

Fonte: [4] e adaptado de [37].

A seguir, apresentamos as etapas de construção do grafo GCO com 10 vértices e 12 arestas obtido pelo algoritmo descrito acima. Neste caso $\left\lfloor \frac{24}{10} \right\rfloor = 2$, $t = 12 - 10 = 2$.

O Grafo Purificado G_1, Figura III.4, do algoritmo 3 é obtido seguindo um processo específico definido por Bauer *et al* em [4]. Inicialmente, toma-se um ciclo com $2t$ vértices. Em sequência, cada vértice i, para $1 \leq i \leq t$, é ligado ao vértice $i + t$.

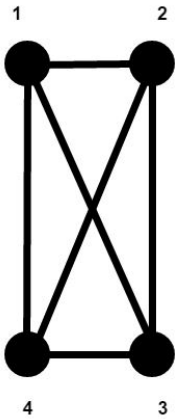


Figura III.4: Grafo Purificado G_1

Aplicando o algoritmo, temos $k = \lfloor \frac{10-4}{6} \rfloor = 1$. Para construir G_2 com $n_k = 10$ vértices e $m_k = 12$ arestas, realizamos $k = 1$ subdivisões uniformes nas arestas de G_1, obtendo o grafo G_2 da Figura III.5.

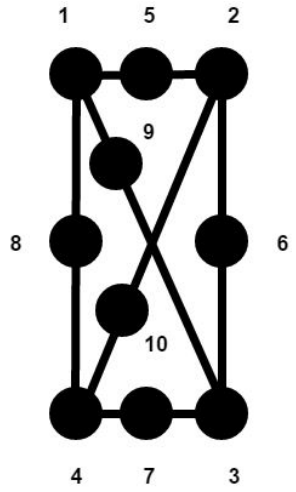


Figura III.5: Exemplo de G_2

Como $n_k = n$ e $m_k = m$, o algoritmo é interrompido e o G_2 já é o grafo GCO de sáida.

Visando facilitar o entendimento da diferença entre o algoritmo de Harary, [19], e de Bauer *et al*, [4], segue abaixo a montagem de um grafo com $n = 8$ vértices e $m = 10$ arestas, que satisfaz a condição $\lfloor \frac{2m}{n} \rfloor = 2$. Ou seja, o grafo com máxima confiabilidade será obtido através do algoritmo de Bauer *et al* apresentado em [4], utilizando os grafos purificados.

Na Figura III.6 está exemplificado o algoritmo de Harary. Resume-se basicamente em construir um ciclo contendo todos os vértices e, em seguida, unir os vértices diametralmente opostos.

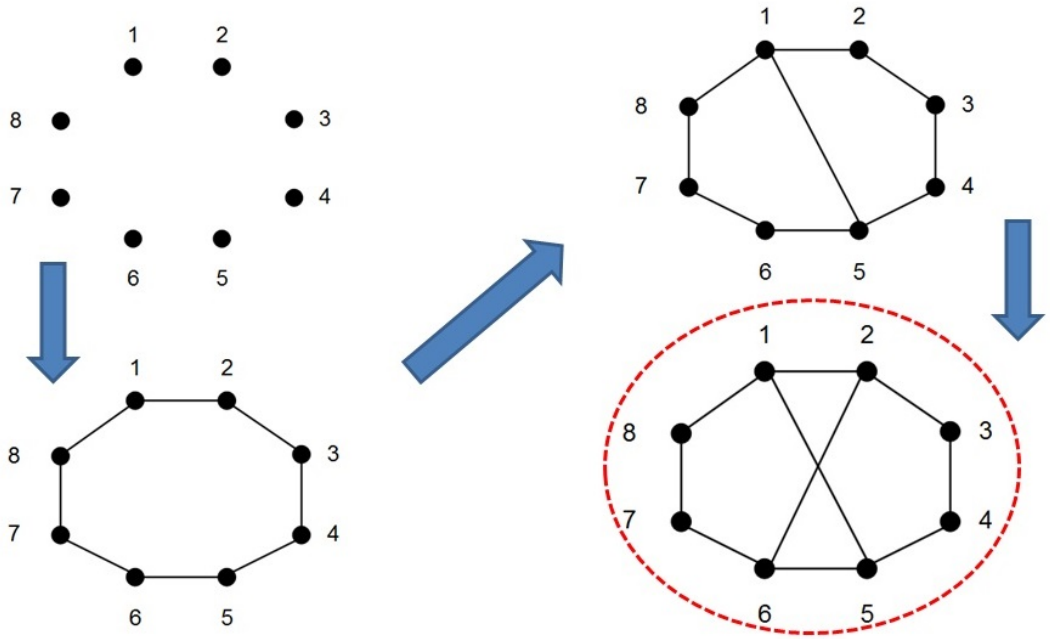


Figura III.6: Exemplo de Construção por Harary

A Figura III.7 resume a construção do grafo pelo algoritmo de Bauer. Primeiramente constrói-se o grafo purificado 3-regular, em seguida são feitas as subdivisões uniformes (para esse caso nenhuma) e, por último, são inseridos vértices de grau 2 em arestas distintas.

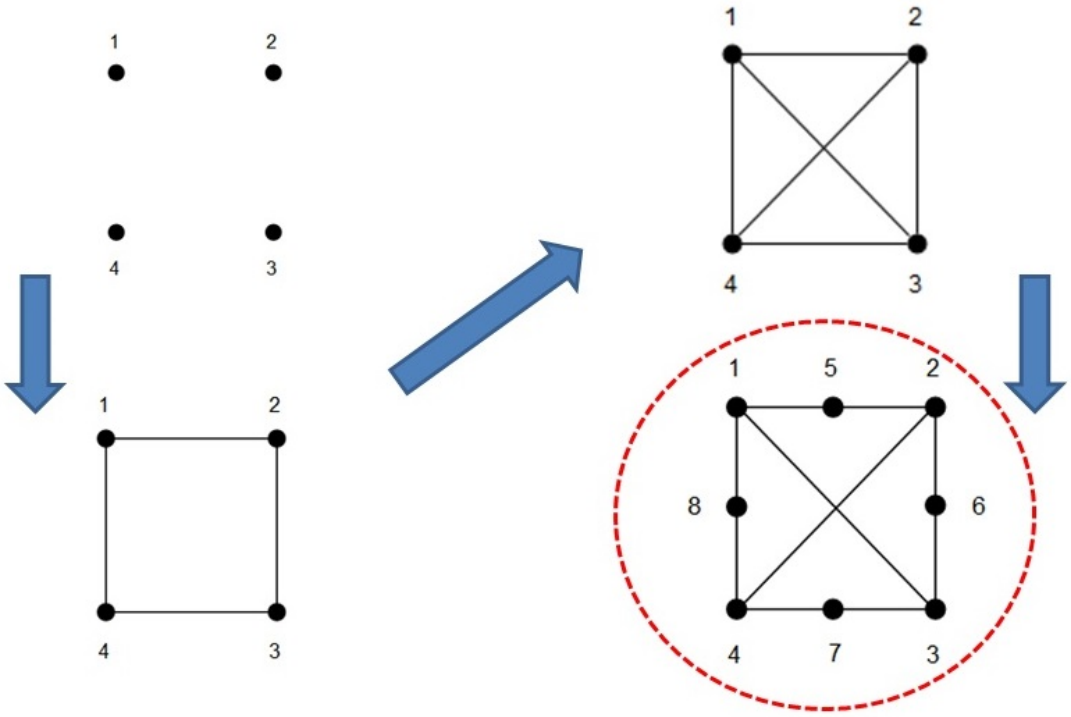


Figura III.7: Exemplo de Construção por Bauer (grafos purificados)

A Figura III.8 compara os parâmetros de números de conjuntos de corte de arestas e os valores obtidos de Confiabilidade em ambos os casos. É possível observar que a diminuição nos números de

conjuntos de corte proporcionou um incremento na confiabilidade.

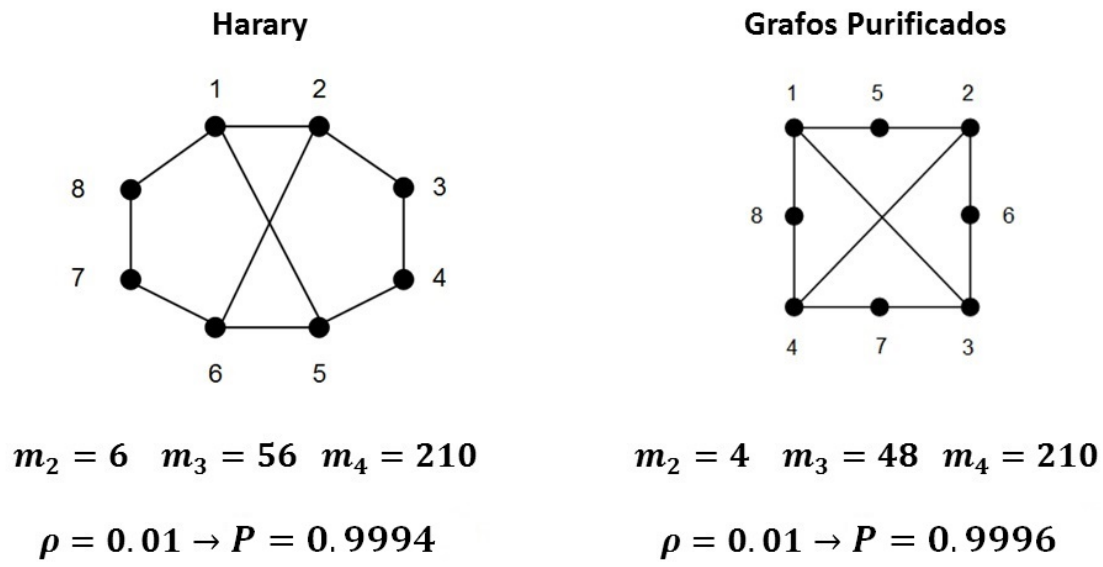
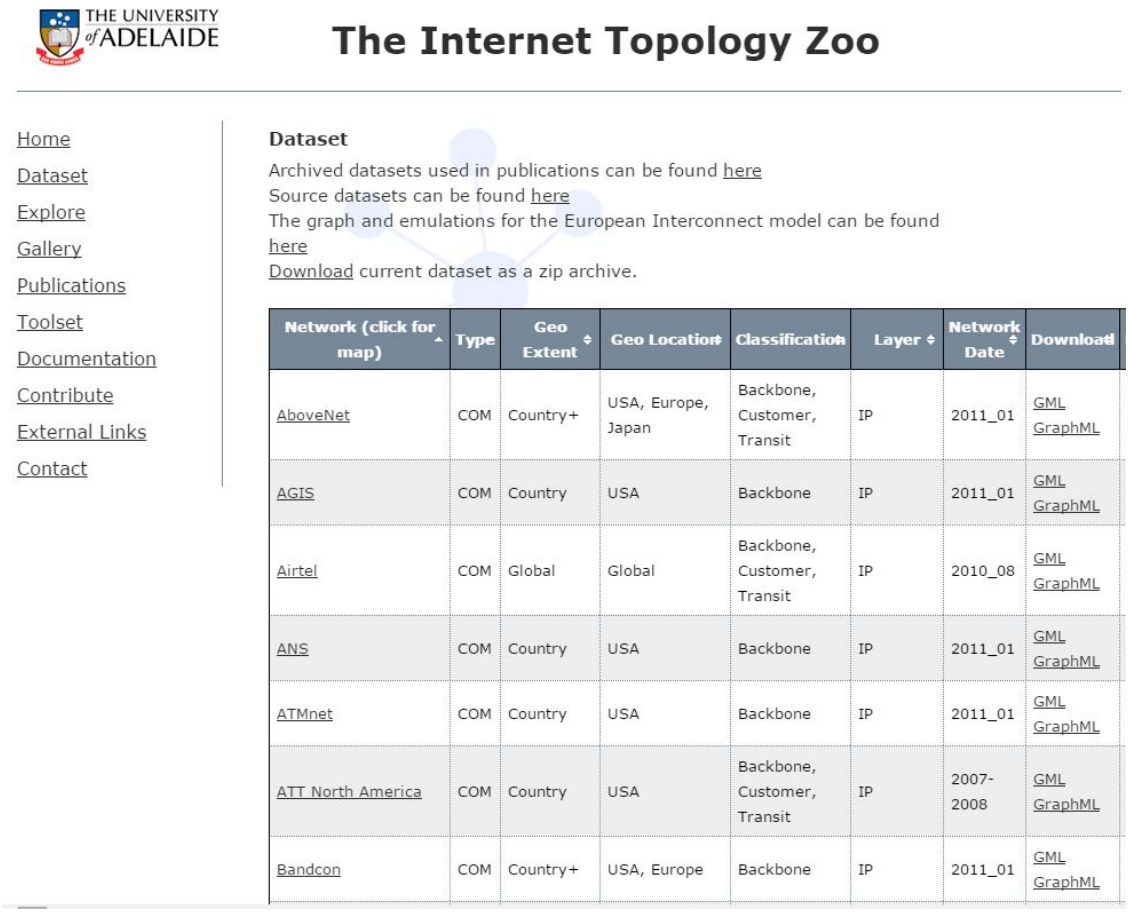


Figura III.8: Comparação entre os algoritmos de Harary e Grafos Purificados

III.4. Base de Dados

Os experimentos computacionais realizados na sessão seguinte consideraram uma base de dados de Redes Óticas de Transporte (OTN) coletadas a partir do sítio Topology Zoo (2015), [1], como pode ser visto na Figura III.9. As redes selecionadas para realizar os experimentos computacionais descritos na seção seguinte satisfazem a condição $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$. O Internet Topology Zoo é uma coleção de redes criada a partir das informações que os operadores das redes disponibilizam publicamente. De acordo com os dados do sítio do Topology Zoo, são aproximadamente 261 redes, das quais foram selecionadas 27 que satisfazem a relação $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$. Os desenhos destas redes, assim como algumas características técnicas, estão disponíveis e representam o *backbone* da rede (espinha dorsal). Cabe ressaltar que estas redes são bastante utilizadas na literatura para estudo em diversas áreas do conhecimento, vide [21]. Na Figura III.9 a seguir, é mostrada a página inicial do Internet Topology Zoo.



Network (click for map)	Type	Geo Extent	Geo Location	Classification	Layer	Network Date	Download
AboveNet	COM	Country+	USA, Europe, Japan	Backbone, Customer, Transit	IP	2011_01	GML GraphML
AGIS	COM	Country	USA	Backbone	IP	2011_01	GML GraphML
Airtel	COM	Global	Global	Backbone, Customer, Transit	IP	2010_08	GML GraphML
ANS	COM	Country	USA	Backbone	IP	2011_01	GML GraphML
ATMnet	COM	Country	USA	Backbone	IP	2011_01	GML GraphML
ATT North America	COM	Country	USA	Backbone, Customer, Transit	IP	2007-2008	GML GraphML
Bandcon	COM	Country+	USA, Europe	Backbone	IP	2011_01	GML GraphML

Figura III.9: Site Topology Zoo

III.5. Experimentos Computacionais

Os experimentos computacionais foram aplicados para as 27 redes selecionadas do *Topology Zoo* que satisfazem $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$ e tem números de vértices variando de $9 \leqslant n \leqslant 56$. Para tanto, o algoritmo da Construção dos Grafos de Confiabilidade Ótimas foi implementado na ferramenta Matlab. Nas tabelas a seguir, estão consolidados os resultados computacionais obtidos nas redes estudadas. Para a execução do algoritmo foi utilizado o valor $\rho = 0.1$ como sendo a probabilidade de falha de cada aresta em todas as redes e a função (III.4) utilizada para o cálculo da confiabilidade. O valor de probabilidade de falha, arbitrado em $\rho = 0.1$, é coerente com valores utilizados na literatura, porém poderia ser definido com análise de bases históricas.

Tabela III.1: Confiabilidade e Conjuntos de Corte de Arestas das Redes OTN e GCO para $\rho = 0.1$

			OTN				**GCO**			
REDE	m	n	P	m_2	m_3	m_4	P	m_2	m_3	m_4
Abilenecore	13	10	0,9193	8	102	517	0,9505	4	62	395
Aconet	22	15	0,9052	14	284	2628	0,9859	1	36	533
Arnes	20	17	0,7725	36	588	4068	0,8725	14	308	2973
Austria-changed	22	15	0,9059	14	282	2600	0,9859	1	36	533
Bren	11	10	0,8473	17	165	330	0,8512	16	165	330
Bulgaria	24	23	0,5302	121	2024	10626	0,5666	84	2024	10626
Canarie	27	19	0,9084	17	434	5054	0,9669	5	146	2021
Compuserv	14	11	0,9169	8	117	682	0,9414	5	80	556
Darkstrand Mod.	31	28	0,7916	40	1355	20398	0,7916	40	1355	20398
Internet2	61	56	0,9912	45	1409	19238	0,9961	17	579	9257
Learn	11	10	0,8473	17	165	330	0,8512	16	165	330
Loni	37	33	0,8319	97	2355	25353	0,9266	26	882	13714
Memorex	24	19	0,8544	23	524	5399	0,9300	9	236	2907
Metrona	41	33	0,9619	38	1085	5968	0,9784	13	403	5968
Mzima	19	15	0,8789	14	276	2266	0,9320	7	147	1411
Newnet	31	26	0,8420	34	1058	14897	0,9079	17	579	9257
Nlr	23	19	0,8291	26	566	5453	0,9576	8	216	2766
Omi1	54	38	0,9906	25	721	9734	0,9997	0	14	425
Omnicom	54	38	0,9932	19	526	6988	0,9997	0	14	425
Pionier	25	21	0,8337	26	653	7215	0,8941	14	392	5018
Portugal	36	26	0,9652	12	382	5728	0,9867	4	139	2287
Renater	35	27	0,9079	35	971	12567	0,9704	9	289	4427
RNP	12	10	0,8830	13	130	495	0,9221	6	92	495
Sanet	28	25	0,7037	65	1646	17071	0,8102	30	936	12942
Sweden	24	20	0,8146	29	679	6789	0,9027	12	328	4082
Vbns	17	12	0,9336	7	123	940	0,9770	2	40	381
Vianet	13	9	0,9203	10	96	384	0,9830	3	44	263

A Tabela III.1 apresenta os resultados computacionais referentes aos algoritmos implementados no Matlab para o cálculo de número de conjuntos de corte de arestas e confiabilidade para as Redes OTN e GCO. A primeira coluna representa o identificador de cada rede e a segunda e terceira colunas exibem o número de arestas e vértices, respectivamente. As colunas correspondentes às Redes OTNs e Redes GCOs exibem a confiabilidade das redes, $P = (G, 0.1)$, e o número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidades 2, 3 e 4, m_2, m_3 e m_4, respectivamente.

Os testes computacionais demonstraram a diferença nos valores da confiabilidade entre as redes GCO e OTN, provenientes da melhora do número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 2 e, consequentemente, 3 e 4. Além disso, observou-se também um incremento na confiabilidade das redes GCO, transformando, assim, o algoritmo como uma importante ferramenta de auxílio gerencial para o projeto de novas topologias, ou de ampliação de redes.

A Tabela III.2 mostra a variação percentual de confiabilidade das topologias das Redes GCO

em relação às topologias das Redes OTN após a aplicação do Algoritmo 3.

Tabela III.2: Incremento na Confiabilidade e a Comparação com os Conjuntos de Corte de Arestas de Cardinalidade 2

	OTN	**GCO**	
REDE	m_2	m_2	ΔP
Abilenecore	8	4	3,39%
Aconet	14	1	8,92%
Arnes	36	14	12,94%
Austria-changed	14	1	8,83%
Bren	17	16	0,46%
Bulgaria	121	84	6,87%
Canarie	17	5	6,44%
Compuserv	8	5	2,67%
Darkstrand Mod.	40	40	0,00%
Internet2	45	17	0,49%
Learn	17	16	0,46%
Loni	97	26	11,38%
Memorex	23	9	8,85%
Metrona	38	13	1,72%
Mzima	14	7	6,05%
Newnet	34	17	7,83%
Nlr	26	8	11,89%
Omi1	25	0	0,92%
Omnicom	19	0	0,65%
Pionier	26	14	7,24%
Portugal	12	4	2,23%
Renater	35	9	6,88%
RNP	13	6	4,43%
Sanet	65	30	15,13%
Sweden	29	12	10,82%
Vbns	7	2	4,66%
Vianet	10	3	4,87%

De acordo com a Tabela III.2 pode-se observar que as redes GCO apresentam maior confiabilidade que as Redes OTN em todos os casos, exceto quando a rede real OTN já estava modelada com o número ótimo de conjuntos de corte de arestas. Este fato se deve à significativa redução do número dos conjuntos de corte de arestas de cardinalidades 2, 3 e 4 com a reconfiguração da topologia. É importante notar que a função de confiabilidade depende da escolha do parâmetro probabilístico ρ, que, em geral, assume valores tais que $\rho < \frac{1}{2}$. Assim, a melhora da confiabilidade pode ser melhor entendida com a significativa redução do número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidades 2, 3 e 4, conforme apontam os resultados computacionais nas redes estudadas. Este fato representa uma contribuição vantajosa no planejamento de construção e expansão de novas redes.

Como mencionado no início desse capítulo, essa dissertação leva em conta o número de con-

juntos de corte de cardinalidade 4, terceiro termo da equação (III.1), pois as redes estudas demonstraram que para o valor de $\rho = 0.1$, a omissão dessa parcela alteraria significativamente o valor de P. Abaixo, um exemplo da rede Abilenecore que demonstra os resultados da confiabilidade para alguns valores de ρ e considerando o cálculo de P até m_2, m_3, m_4 e m_5.

Tabela III.3: Valores de Confiabilidade da rede Abilenecore

	Confiabilidade P considerando até			
ρ	m_2	m_3	m_4	m_5
0.01	0,9993	0,9992	0,9992	0,9992
0.05	0,9886	0,9810	0,9790	0,9790
0.1	0,9749	0,9393	0,9193	0,9193
0.2	0,9725	0,8849	0,7739	0,7739
0.3	0,9858	0,9080	0,7390	0,7390

Uma observação importante decorre do fato de que o incremento da confiabilidade P de grafos reais em comparação com grafos GCO não depende apenas de uma diminuição em escala linear do número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 2, m_2. Deve-se levar em consideração que o número de vértices n, o número de arestas m da rede, o número de conjuntos de corte de arestas de outras cardinalidades e a probabilidade de falha ρ de cada aresta também influenciam no cálculo da confiabilidade. Na Figura III.10, pode-se verificar que a diferença de m_2 não promove um comportamento linear de ΔP.

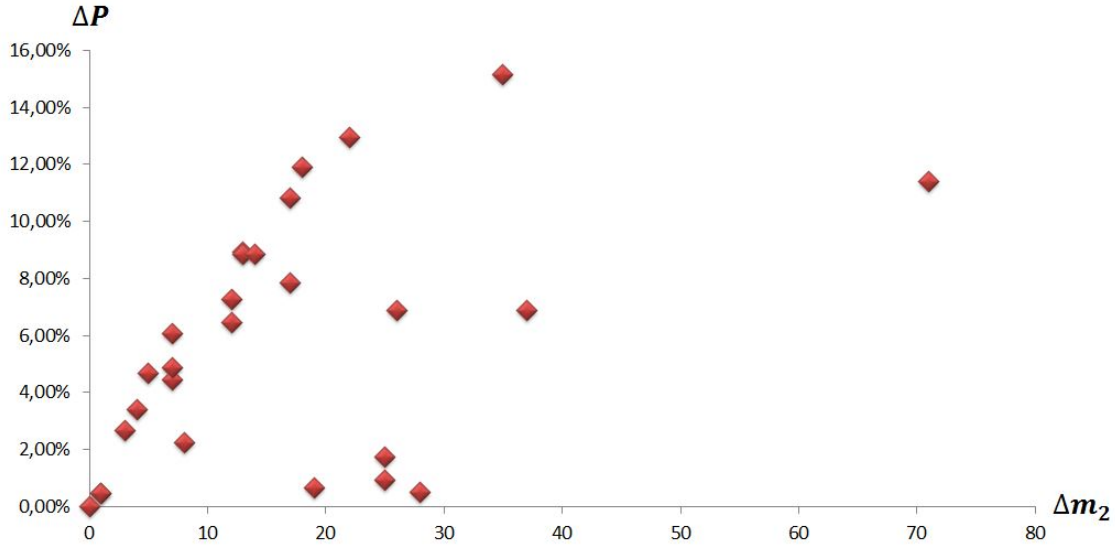


Figura III.10: Relação entre Δm_2 e ΔP

É válido ressaltar que essa análise é interessante no momento em que as redes ainda não foram construídas ou que podem ser facilmente remodeladas. A partir do momento que elas já se encontram prontas, em operação, e não mais mudarão sua topologia original, pode haver propostas simples de ampliação da rede, inserindo novas arestas de modo a diminuir o número de conjuntos de

corte de arestas de cardinalidade 2, 3 e 4.

Com a finalidade de ilustrar o processo, a seguir temos o exemplo da rede CompuServe, uma empresa subsidiária da AOL, e também conhecida como CIS, que foi a pioneira no transporte de dados online dos Estados Unidos na década de 90 e meados de 2000. Na Figura III.11, é apresentada a sua rede de transporte de dados com a topologia que tinha em 2011, e a rede com máxima confiabilidade, GCO, encontrada através do algoritmo. A CompuServe possui 11 vértices e 14 arestas e obedece à restrição $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$.

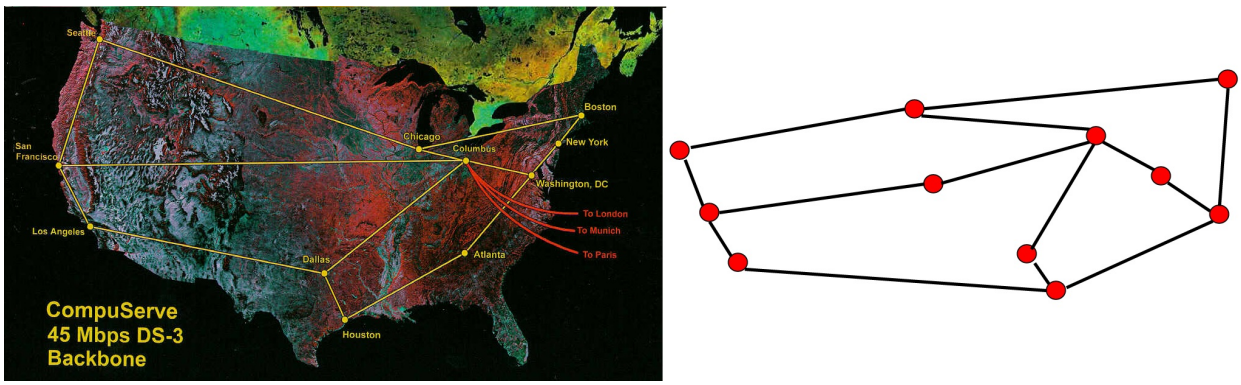


Figura III.11: (a) Rede OTN CompuServe; (b) Rede GCO resultante do algoritmo

Para um $\rho = 0.1$ houve uma redução de 8 para 5 no número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 2, m_2, resultando num incremento de Confiabilidade de $2,67\%$. Ressalta-se que a posição dos vértices foi escolhida pelo autor de modo a se aproximar do mapa da rede OTN, podendo ser feito de inúmeras outras formas.

Dessa maneira, a partir dos resultados obtidos pelo conjunto de redes que sofreram a simulação do algoritmo de Bauer *et al*, foi possível validar o algoritmo GCO.

Capítulo IV - Otimização da Relação entre Confiabilidade e Custo de Redes Reais

O algoritmo desenvolvido para a determinação das topologias de rede GCO não leva em consideração os custos de implementação das arestas. Na prática, este fato faz com que seja possível obter grafos com ótima confiabilidade mas com a possibilidade de alto custo de implementação. Dentre o conjunto de redes estudadas, esse fato pode ser observado na rede Abilenecore. Esta questão motivou o desenvolvimento de um método heurístico para a determinação de topologias de redes que atendam valores desejáveis de custo e confiabilidade.

Seguindo esta linha, é apresentado o desenvolvimento de um algoritmo que visa encontrar topologias de redes de custo mínimo a partir de uma restrição de confiabilidade. Assim, a partir de uma solução inicial, o algoritmo busca soluções próximas que sejam financeiramente mais factíveis. Para tanto, uma adaptação da Metaheurística *Variable Neighbohood Search* (VNS) foi realizada e a implementação feita com a ferramenta Matlab R2014b. Os testes computacionais realizados utilizam as mesmas redes descritas no Capítulo III.

IV.1. Trabalhos Relacionados

Nos últimos anos, alguns autores tem se dedicado ao estudo do desenvolvimento de arquiteturas de redes confiáveis e com baixo custo. Entre os trabalhos mais recentes, podemos citar Liu *et al* em 2014, [25], Elshqeirat *et al* em 2015, [14], Pavan *et al* em 2015, [30], e Shangin *et al* em 2015, [33].

Pavan *et al*, [30] , investigaram as relações da confiabilidade de redes, sujeitas a falhas somente nas arestas, levando em conta o custo da rede como o número de transponders. Para este trabalho específico, são analisadas as redes que se encaixam no grupo de grafos de Harary, que maximizam a confiabilidade. O algoritmo de Harary, para dados k, $N \in \mathbb{N}$, constrói um grafo H com conectividade de vértices k, de N vértices, L arestas, onde $L = \lceil \frac{kN}{2} \rceil$ e de modo que H tenha máxima conectividade de vértices e arestas dentre todos os grafos com N vértices e L arestas. A metodologia envolve o cálculo da confiabilidade utilizando a função (III.1), levando em conta os conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 2, e o custo modelado pelo número de transponders através do algoritmo de Suurballe. A confiabilidade das redes reais foi comparada com as redes de Harary de máxima confiabilidade quando $\frac{2m}{n} \geqslant 3$. Os autores observaram que em certas topologias de rede, o aumento

da confiabilidade também resulta numa redução do número de transponders, porém essa não é uma regra.

Liu *et al*, em [25], estudaram redes de telecomunicação levando em conta restrições de capacidade de fluxo dos links e roteadores para encontrar topologias de custo mínimo, considerando falhas nos nós. Através de um modelo de Programação Linear Inteira (*mixed-integer programming* - MIP), com restrições multicenário para garantir topologias de custo mínimo com confiabilidade alta, os autores transformaram o MIP em vários cenários unitários e passaram a utilizar programação não linear para alcançar as melhores topologias de rede.

Em 2015, Elshqueirat *et al* em [14], realizaram um estudo sobre a confiabilidade de redes de telecomunicações analisando árvores geradoras com custo mínimo. Utilizando um grafo completo de k vértices, os pesos entre todos os vértices e a restrição de confiabilidade mínima da rede como dados de entrada, os autores propuseram um algoritmo de programação dinâmica no qual seu intuito era minimizar a soma dos pesos das arestas selecionadas respeitando a restrição de confiabilidade. Neste trabalho, consideraram vértices infalíveis e arestas sujeitas a falhas, encontrando caminhos com custo mínimo entre todas as possibilidades de pares de vértices.

Outro artigo recente é o de Shangin *et al*, em [33]. Neste trabalho, os autores desenvolveram métodos heurísticos para encontrar uma k-árvore geradora com peso mínimo em um grafo completo e valorado. Este problema está relacionado ao design de redes confiáveis, porém os autores não consideraram nenhum parâmetro probabilístico.

Recentemente, Dharmaweera *et al*, em [11], El-Gorashi *et al*, em [13], Xuezhou *et al*, em [26] e Nguyen e Truong, em [28], também estudam a questão do custo em redes ópticas, porém modelando o CapEx através da infraestrutura, delay, posição geográfica, consumo de energia e comprimento da fibra óptica.

Os trabalhos citados acima motivaram esta dissertação, porém se diferenciam desta por quatro aspectos, não necessariamente simultâneos: (i) trabalhar com a premissa de falhas em vértices; (ii) utilizar quantidade variável de arestas selecionadas para a topologia; (iii) permitir uma relação de número de vértices e arestas diferente de $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$; e (iv) implementar outros algoritmos e estratégias diferenciadas. Ressaltamos o fato de não ter sido encontrado na literatura um trabalho que expandisse a modelagem de Bauer *et al*, [4], através da função objetivo proposta neste trabalho para obtenção da confiabilidade máxima, bem como utilizando estratégias de busca inspiradas na metaheurística VNS para a minimização da relação entre Custo e Confiabilidade.

IV.2. Número de Transponders

Os custos das redes estudadas nesse trabalho podem ser descritos em função dos gastos com equipamentos (por exemplo, número de transponders – equipamentos que amplificam o sinal ao longo

das vias das redes ópticas de transporte), manutenção e gerência das mesmas. Nesta dissertação, o custo da rede é calculado pelo número de transponders necessários para a transmissão do sinal. Essa é uma simplificação coerente para redes ópticas de transporte, entretanto outros dados poderiam ser levados em consideração, como a distância entre os vértices e o custo do cabeamento pela distância. Em 2011, Pavan [29], explicou que os transponders podem ser caracterizados por diferentes funções e capacidades e que atualmente são utilizados em interfaces com variedade de sinais.

A União Internacional de Telecomunicações, [2], define Transponder como um dispositivo que combina um transmissor e um receptor, com ou sem recuperação de pulso e ajuste de temporização, que converte um sinal óptico em outro sinal óptico por uma transformação em sinal elétrico. Numa definição um pouco mais detalhada, um transponder óptico é composto por dois transceptores, um que transmite e recebe os sinais ópticos num comprimento de onda padrão e outro que transmite e recebe os sinais em outro comprimento predeterminado. A conexão entre os transceptores é elétrica. De acordo com Chaves em [7], o transponder converte sinais no sentido óptico-elétrico (O/E) ou elétrico-óptico (E/O). Nas redes de primeira geração (Redes Opacas), os enlaces da rede são opticamente isolados uns dos outros por transponders que realizam conversões O/E/O. Além da conversão (O/E/O), os transponders realizam, naturalmente, a regeneração do sinal óptico, realizando três processos com ele: a reamplificação, a reformatação e o reajuste temporal do pulso.

Pavan, em [29], define o Modo Opaco de Transporte ou Rede Opaca como uma rede que converte os sinais no final de cada sistema de transmissão. Nesse tipo de rede, os sinais são regenerados em todo vértice, desde que tenham sido convertidos para o domínio eletrônico.

De acordo com Rocha e Silva em [32], o alto número de transponders requeridos eleva consideravelmente o custo da rede. Pavan em [29] explica que o número de transponders por vértice depende do tráfego e do modo de transporte. Neste artigo encontram-se maiores informações sobre a modelagem dos custos de transponders em redes opacas.

O valor do custo das redes, baseado no número de transponders, pode ser obtido através do Algoritmo de Suurballe, descrito no Capítulo II. Visto que uma parte importante do custo da rede está associado ao número de transponders, este foi o parâmetro selecionado para caracterizar o custo da rede. Abaixo, segue um exemplo do cálculo do número de transponders da rede RNP, para os casos OTN e GCO. A Figura IV.1 representa a topologia real da rede RNP.

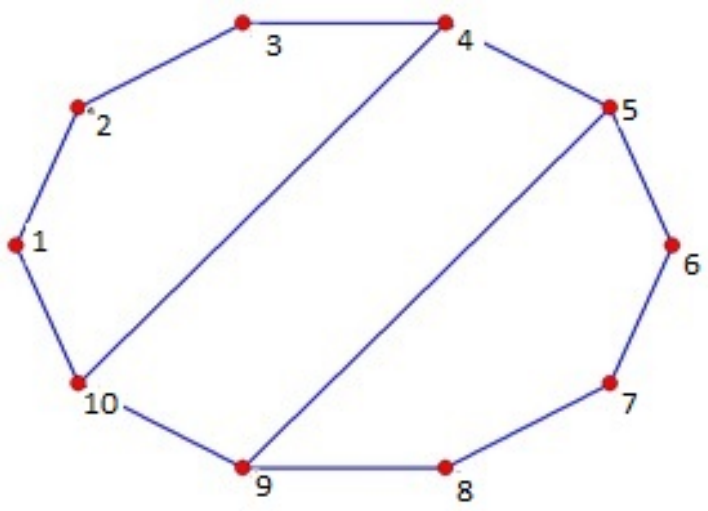


Figura IV.1: Rede RNP para o caso OTN

Para encontrar o número total de transponders da rede, é necessário calcular todos os caminhos disjuntos por arestas para cada par de vértices do grafo. Por exemplo, entre os vértices 1 e 2, temos os caminhos 1-2 e 1-10-4-3-2. Ou seja, temos o ciclo 1-2-3-4-10-1, como pode ser visto em destaque na Figura IV.2.

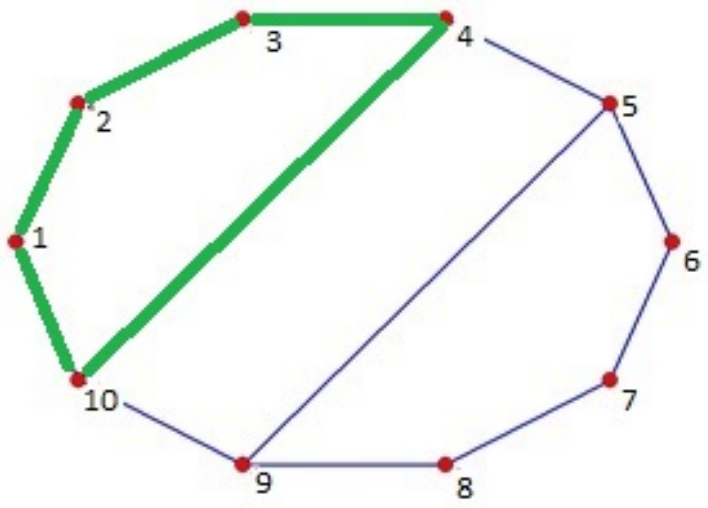


Figura IV.2: Caminhos disjuntos entre os vértices 1 e 2 da Rede RNP para o caso OTN

Segundo Pavan *et al* em [30], para cada aresta selecionada nos caminhos disjuntos, é necessário 2 transponders (um em cada vértice), logo para o exemplo entre os vértices 1 e 2 mostrado acima, são necessários 10 transponders. Expandindo o processo para todos os pares de vértices do grafo, chegamos na Tabela IV.1.

Tabela IV.1: Cálculo do Número de Transponders de RNP OTN

Pares				
Nó de partida	Nó de Chegada	Caminho	Nº de Arestas	Nº de transponders
1	2	1-2-3-4-10-1	5	10
1	3	1-2-3-4-10-1	5	10
1	4	1-2-3-4-10-1	5	10
1	5	1-2-3-4-5-9-10-1	7	14
1	6	1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-1	10	20
1	7	1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-1	10	20
1	8	1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-1	10	20
1	9	1-2-3-4-5-9-10-1	7	14
1	10	1-2-3-4-10-1	5	10
2	3	2-3-4-10-1-2	5	10
2	4	2-3-4-10-1-2	5	10
2	5	2-3-4-5-9-10-1-2	7	14
2	6	2-3-4-5-6-7-8-9-10-1-2	10	20
2	7	2-3-4-5-6-7-8-9-10-1-2	10	20
2	8	2-3-4-5-6-7-8-9-10-1-2	10	20
2	9	2-3-4-5-9-10-1-2	7	14
2	10	2-3-4-10-1-2	5	10
3	4	3-4-10-1-2-3	5	10
3	5	3-4-5-10-1-2-3	7	14
3	6	3-4-5-6-7-8-9-10-1-2-3	10	20
3	7	3-4-5-6-7-8-9-10-1-2-3	10	20
3	8	3-4-5-6-7-8-9-10-1-2-3	10	20
3	9	3-4-5-10-1-2-3	7	14
3	10	3-4-10-1-2-3	5	10
4	5	4-5-9-10-4	4	8
4	6	4-5-6-7-8-9-10-4	7	14
4	7	4-5-6-7-8-9-10-4	7	14
4	8	4-5-6-7-8-9-10-4	7	14
4	9	4-5-9-10-4	4	8
4	10	4-5-9-10-4	4	8
5	6	5-6-7-8-9-10-5	5	10
5	7	5-6-7-8-9-10-5	5	10
5	8	5-6-7-8-9-10-5	5	10
5	9	5-9-19-4-5	4	8
5	10	5-9-19-4-5	4	8
6	7	6-7-8-9-5-6	5	10
6	8	6-7-8-9-5-6	5	10
6	9	6-7-8-9-5-6	5	10
6	10	6-7-8-9-10-4-5-6	7	14
7	8	7-8-9-5-6-7	5	10
7	9	7-8-9-5-6-7	5	10
7	10	7-9-10-4-5-6-7	7	14
8	9	8-9-5-6-7-8	5	10
8	10	8-9-10-4-5-6-7-8	7	14
9	10	9-10-4-5-9	4	8
			TOTAL	**576**

Dessa maneira, são necessários 576 transponders para a operação de rede RNP em sua topologia original (OTN). Executando o algoritmo de Bauer *et al*, [4], a rede RNP tem sua forma GCO mostrada na Figura IV.3:

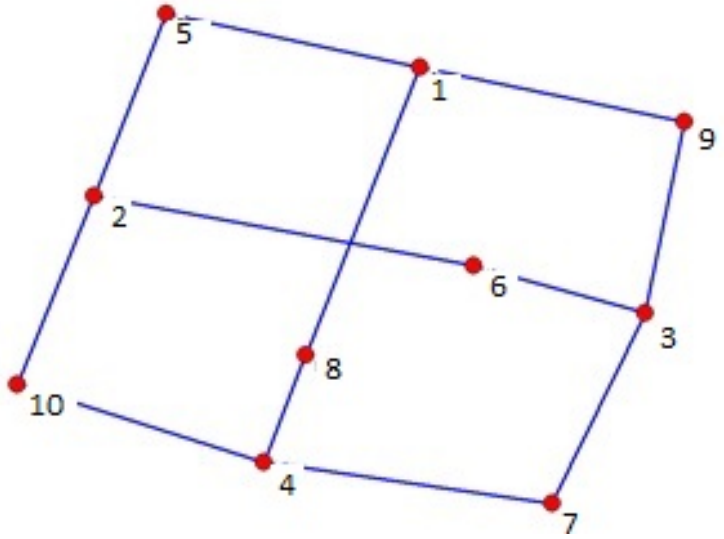


Figura IV.3: Rede RNP para o caso GCO

Realizando o mesmo procedimento para o cálculo do número de transponders, ou seja, executando o algoritmo de Suurballe chegamos ao resultado descrito na Tabela IV.2.

Tabela IV.2: Cálculo do Número de Transponders da rede GCO associada à rede RNP

Pares				
Nó de partida	Nó de Chegada	Caminho	Nº de Arestas	Nº de transponders
1	2	1-8-4-10-2-5-1	6	12
1	3	1-9-3-6-2-5-1	6	12
1	4	1-8-4-10-2-5-1	6	12
1	5	1-5-2-6-3-9-1	6	12
1	6	1-9-3-6-2-5-1	6	12
1	7	1-9-3-7-4-8-1	6	12
1	8	1-9-3-7-4-8-1	6	12
1	9	1-9-3-7-4-8-1	6	12
1	10	1-8-4-10-2-5-1	6	12
2	3	2-6-3-7-4-10-2	6	12
2	4	2-6-3-7-4-10-2	6	12
2	5	2-5-1-8-4-10-2	6	12
2	6	2-6-3-7-4-10-2	6	12
2	7	2-6-3-7-4-10-2	6	12
2	8	2-5-1-8-4-10-2	6	12
2	9	2-5-1-9-3-6-2	6	12
2	10	2-5-1-8-4-10-2	6	12
3	4	3-7-4-8-1-9-3	6	12
3	5	3-6-2-5-1-9-3	6	12
3	6	3-6-2-5-1-9-3	6	12
3	7	3-7-4-8-1-9-3	6	12
3	8	3-7-4-8-1-9-3	6	12
3	9	3-7-4-8-1-9-3	6	12
3	10	3-7-4-10-2-6-3	6	12
4	5	4-10-2-5-1-8-4	6	12
4	6	4-10-2-6-3-7-4	6	12
4	7	4-10-2-6-3-7-4	6	12
4	8	4-10-2-5-1-8-4	6	12
4	9	4-8-1-9-3-7-4	6	12
4	10	4-10-2-5-1-8-4	6	12
5	6	5-1-9-3-6-2-5	6	12
5	7	5-1-9-3-7-4-10-2-5	8	16
5	8	5-1-8-4-10-2-5	6	12
5	9	5-1-9-3-6-2-5	6	12
5	10	5-1-8-4-10-2-5	6	12
6	7	6-3-7-4-10-2-6	6	12
6	8	6-3-7-4-8-1-9-3-6	8	16
6	9	6-3-9-1-5-2-6	6	12
6	10	6-3-7-4-10-2-6	6	12
7	8	7-4-8-1-9-3-7	6	12
7	9	7-4-8-1-9-3-7	6	12
7	10	7-4-10-2-6-3-7	6	12
8	9	8-1-9-3-7-4-8	6	12
8	10	8-4-10-2-5-1-8	6	12
9	10	9-3-7-4-10-2-5-1-9	8	16
			TOTAL	**552**

Assim, apesar da nova topologia sugerida entregar uma confiabilidade melhor que a rede original, o número de transponders diminui e, consequentemente, o custo da rede foi reduzido.

IV.3. Metaheurística VNS (*Variable Neighborhood Search*)

Com o intuito de otimizar o custo das redes já analisadas, porém mantendo um nível elevado de confiabilidade, foram criados algoritmos inspirados na metaheurística VNS. O VNS, do inglês *Variable Neighborhood Search*, podendo ser traduzido como Busca em Vizinhança Variável, é uma metaheurística desenvolvida por Hansen, vide [27], e se baseia no princípio de mudar sistematicamente a estrutura de vizinhança dentro da busca. Basicamente, o Algoritmo do VNS pode ser descrito no Algoritmo 4 abaixo:

Algoritmo 4: ALGORITMO VNS

Inicialização: Selecionar conjunto de vizinhanças N_k, $(k = 1, ..., k_{max})$

Encontrar solução inicial;

Escolher condição de parada;

repita

    (1) Faça $k \leftarrow 1$

    (2) **repita**

        (a) Gerar ponto aleatório x' da k-ésima vizinhança de x, $x' \in N_k(x)$;

        (b) Aplicar método de busca local tendo x' como solução inicial, sendo x'' o novo ótimo local;

        (c) Se x'' for melhor que x, fazer $x \leftarrow x''$ e continue pesquisando em N_k. Caso contrário, faça $k \leftarrow k + 1$.

    até $k = k_{max}$;

até *a condição de parada ser satisfeita*;

Fonte: Adaptado de [15].

A estrutura de buscas em vizinhanças do VNS inspirou o desenvolvimento de estruturas de vizinhança para resolver o problema proposto nesta dissertação de obter uma topologia de rede com boa confiabilidade e baixo custo. É importante ressaltar que os métodos implementados não obede-

cem a estrutura original do VNS, mas adaptam certos procedimentos para adequar o trabalho, tendo em vista o elevado custo computacional de implementação.

IV.4. Modelo de Otimização de Custos e o Algoritmo em VNS

As subseções a seguir promovem os estudos e simulações envolvendo buscas locais, Confiabilidade de Redes e cálculo do número de transponders.

IV.4.1. Modelo de Otimização de Custos

Em um processo decisório de construção ou ampliação de redes, existe um *trade-off* entre os parâmetros de custo e a confiabilidade. Pavan *et al* em [30] confirma que é possível que a obtenção de redes de maior confiabilidade possa, também, reduzir os custos de CapEx da mesma, entretanto, isso não é uma regra. Uma topologia com elevado grau de confiabilidade pode também implicar num custo elevado. Como estes dois parâmetros são essenciais no planejamento da rede, propõe-se aqui o seguinte modelo de otimização:

$$\text{Minimizar} \quad \frac{C(G)}{P(G,\rho)} \tag{IV.1}$$

$$\text{Sujeito a} \begin{cases} P(G,\rho) \geqslant P_{min} \\ G \in G_{n,m} \end{cases} \tag{IV.2}$$

onde $C(G)$ é o custo da rede dado em função do número total de transponders de G, mais a frente denotado por $nT(G)$, e $G_{n,m}$ é o conjunto de todos os grafos conexos com n vértices e m arestas tal que $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$ e P_{min} a restrição de confiabilidade mínima imposta.

Observe que os parâmetros da função objetivo $P(G,\rho)$ e $C(G)$ possuem elevada complexidade computacional e que o conjunto de restrições é composto por todos os grafos com dados n vértices e m arestas. Estes dois fatos tornam inviável a utilização de métodos exatos para a obtenção do ótimo, o que motivou o uso de métodos de busca local.

IV.5. Algoritmo Modificado baseado na Metaheurística VNS

O algoritmo utilizado para determinação da confiabilidade de redes possui considerável complexidade de cálculo em virtude da necessidade de enumeração dos conjuntos de corte de arestas do grafo. Dessa maneira, o tempo de execução da metaheurística VNS é elevado, já que para cada nova rede gerada, seria executado o algoritmo para determinação do número de transponders e o algoritmo de confiabilidade, demandando um tempo de execução que só seria factível para pequenas redes ($n < 10$), visto que o tempo de execução do algoritmo de confiabilidade cresce exponencialmente com

o maior número de vértices e arestas.

A metaheurística originalmente proposta pode ser empregada para qualquer rede, já que esta buscará a otimização da função objetivo. Porém, dependendo da intenção do projetista da rede, algumas modificações no algoritmo podem ser realizadas para melhorar sua viabilidade. O trabalho realizado nesta dissertação focou no incremento de confiabilidade de redes reais, sendo a metaheurística VNS um aprimoramento do algoritmo para levar em consideração os custos das redes.

Com o intuito de otimizar a metaheurística VNS para este caso concreto, reduzindo o tempo de execução e valorizando a manutenção da confiabilidade próxima ao seu valor máximo, sugerimos uma adaptação ao algoritmo, empregando a denotação de Algoritmo VNS Modificado. Esta adaptação consiste em indicar um número de transponders de referência, nT_{ref}, sendo o valor calculado do número de transponders para o caso GCO, e utilizar como solução inicial x' o grafo de confiabilidade ótima GCO. Em sequência, as estratégias de busca em vizinhanças não geram soluções aleatórias, mas buscam a otimização do número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 2, 3 e 4.

Como descrito nos capítulos anteriores, o algoritmo de Bauer *et al*, [4], encontra a rede de confiabilidade ótima para determinado número de vértices n e arestas m através da diminuição do número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 1 até m. Na metaheurística VNS, gerar uma solução aleatória que, por exemplo, tivesse um número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 1 positivo ocasionaria um valor de confiabilidade da rede consideravelmente baixo, indo contra os objetivos desejados neste trabalho.

Além disso, executar o cálculo da confiabilidade $P(G, \rho)$ para toda nova rede gerada aumentaria muito o tempo de execução. Assim, foi inserida uma condição no algoritmo para apenas executar tal cálculo caso o número de transponders da rede gerada, $nT(A_{mod})$, fosse inferior ao número de transponders de referência, nT_{ref}, ou seja, $nT(A_{mod}) < nT_{ref}$. Logo, se o número de transponders da nova rede gerada for inferior ao valor de referência, então calcula-se o valor de confiabilidade e compara-se o mesmo com a restrição imposta pelo projetista da rede.

Essa é uma decisão factível, pois para o caso real temos uma rede verdadeira que, através do algoritmo de confiabilidade de Bauer *et al*, [4], é transformada numa topologia com confiabilidade máxima. Em seguida, sugere-se a execução de um algoritmo que reduziria os custos dessa nova rede, porém sem comprometer de maneira considerável o valor da confiabilidade, respeitando um P_{min} desejado pelo projetista da rede. Assim, ocorrerá uma economia no tempo de execução, porém algumas soluções podem não respeitar a função objetivo proposta, já que respeitar a restrição de confiabilidade mínima e obedecer a redução do número de transponders nem sempre recai na redução da função objetivo proposta.

Através das estratégias de busca adaptadas e da condição para o cálculo de confiabilidade, otimiza-se o tempo de execução e não compromete-se a qualidade do resultado de confiabilidade da

rede. O algoritmo modificado, inspirado na metaheurística VNS, está descrito abaixo no Algoritmo 5.

Algoritmo 5: PSEUDOCÓDIGO VNS MODIFICADO I

Entrada: A_{GCO}, ρ, P_{min}, nT_{ref}

Saída: $A_{GCM}, P_{GCM}, nT_{GCM}, F_{min}$

```
1  Fazer F_min = nT_ref / P(A_GCO, ρ);
2  para k = 1 até 3 (estratégias de busca) faça
3      Enquanto Critério de parada não for alcançado faça
4          Executar Estratégia de Busca k em Vizinhança N_k
5          para mod = 1 até max faça
6              Calcular nT(A_mod);
7              se nT(A_mod) < nT_ref então
8                  Calcular P(A_mod)
9              se P(A_mod) ≥ P_min então
10                 Calcular F_mod = nT(A_mod) / P(A_mod, ρ);
11                 se F_mod < F_min então
12                     F_min = F_mod;
13                     A_GCM = A_mod;
14                     P_GCM = P_min;
15                     nT_GCM = nT(A_mod);
```

Fonte: O autor

A entrada A_{GCO} é a Matriz de Adjacência da solução inicial, A_{mod} é a Matriz de Adjacência de uma solução alterada pela estratégia de busca, P_{min} é a restrição de Confiabilidade Mínima, nT_{ref} é o custo da rede de referência inicial, representado pelo número de transponders da rede óptica, A_{GCM} é a matriz de adjacência para o grafo de custo mínimo, P_{GCM} é o a probabilidade de confiabilidade do grafo de custo mínimo e nT_{GCM} é o custo mínimo, representado pelo número de transponders da rede

óptica do grafo de custo mínimo e F_{min} é o valor da função objetivo alcançado. O critério de parada utilizado foi o tempo de execução do programa. Para as redes de até 30 arestas, foi utilizado critério de parada de 600 minutos e, para redes com mais de 30 arestas, 1440 minutos.

Como descrito, caso o objetivo do projetista da rede seja diminuir ao máximo o custo da rede, apenas respeitando um valor de confiabilidade mínima, então a minimização da função objetivo $\frac{C(G)}{P(G,\rho)}$ pode não trazer os melhores resultados. Isso decorre do fato de poder haver redes geradas pelo algoritmo nas quais o custo fosse reduzido de forma expressiva, porém, apesar de respeitar P_{min}, o decréscimo de confiabilidade da rede resultaria num $F_{mod} > \frac{nT_{ref}}{P(A_{GCO},\rho)}$ e, então, a solução seria descartada. Dessa maneira, nas redes que não retornaram uma melhora na função objetivo, foi executado o algoritmo omitindo a condição da linha 11 do Algoritmo 5. Assim, a minimização da função objetivo não seria o foco do algoritmo, abrindo caminho para a redução do custo respeitando um valor mínimo de confiabilidade. O algoritmo para essa exceção é mostrada no Algoritmo 6.

Algoritmo 6: PSEUDOCÓDIGO VNS MODIFICADO II

Entrada: A_{GCO}, ρ, P_{min}, nT_{ref}

Saída: $A_{GCM}, P_{GCM}, nT_{GCM}$

```
1  para k = 1 até 3 (estratégias de busca) faça
2      Enquanto Critério de parada não for alcançado faça
3          Executar Estratégia de Busca k em Vizinhança N_k
4          para mod = 1 até max faça
5              Calcular nT(A_mod);
6              se nT(A_mod) < nT_ref então
7                  Calcular P(A_mod)
8              se P(A_mod) ≥ P_min então
9                  A_GCM = A_mod;
10                 P_GCM = P_min;
11                 nT_GCM = nT(A_mod);
```

Fonte: O autor

Apesar da modificação, determinadas redes não obtiveram seus valores de confiabilidade melhorados. Tal fato pode ser explicado por três razões, dependendo do caso específico: (i) interrupção do algorítmo pelo critério de parada do tempo de execução utilizado (300 minutos para redes de até 30 arestas e 720 minutos para redes com mais de 30 arestas); (ii) a solução GCO já contemplava um valor próximo do ótimo para a função objetivo e número mínimo de transponders; (iii) as novas redes geradas pioravam consideravelmente o valor da confiabilidade.

O Algoritmo 6 se inspira e adapta a teoria da Metaheurística *Variable Neighborhood Search* para o caso descrito das redes ópticas de transporte deste trabalho, visando estabelecer maior aderência com a realidade e plausibilidade no tempo de execução. Foram desenvolvidas três estratégias de busca local que buscam, de maneiras distintas, otimizar a confiabilidade da rede.

IV.5.1. Estratégias de Busca em Vizinhança

Para este trabalho, foram desenvolvidas três estratégias de busca local para a obtenção de soluções de boa qualidade. Todas as estratégias foram desenvolvidas levando-se em consideração os aspectos da função de confiabilidade, que demonstram que, para um conjunto de grafos de mesmo número de vértices e arestas, o número de conjuntos de corte de artestas de cardinalidade 2 e 3 será inversamente proporcional ao valor da confiabilidade.

ESTRATÉGIA 1 - N_1

A Estratégia 1 percorre a rede em busca de vértices v_i tal que $d(v_i) \geqslant 3$ e que se conectem a outros vértices que possuam grau maior que 2. Por exemplo, 2 vértices de grau 3 ligados por uma aresta. Em seguida, essa aresta é removida e inserida em todas as possibilidades de pares de vértices que possuem grau igual a 2, exceto o qual a aresta foi retirada. Então, para cada inserção, é feita a comparação para o número de transponders e confiabilidade da rede modificada.

Algoritmo 7: BUSCA LOCAL 1: PSEUDOCÓDIGO DA ESTRATÉGIA 1

1 Selecione dois vértices adjacentes u e v tais que $d(v) \geqslant 3$ e $d(u) \geqslant 3$, conectados pela aresta (u, v);

2 Remova (u, v);

3 Considere a inserção de uma nova aresta $(w_1, w_2) \notin E$ para todo $w_1, w_2 \in V \setminus \{u, v\}$, tais que $d(w_1) = d(w_2) = 2$.

ESTRATÉGIA 2 - N_2

A Estratégia 2 percorre a rede em busca de vértices v_i tal que $d(v_i) \geqslant 3$ que se conectem a outros vértices que também possuam grau maior que 2. Por exemplo 2 vértices de grau 3 ligados por uma aresta. Em seguida, essa aresta é removida e inserida em todas as possibilidades de pares de vértices, exceto o qual a aresta foi retirada. Então, para cada inserção, é feita a comparação para o número de transponders e confiabilidade da rede modificada. A Estratégia 2 se difere da Estratégia 1 no momento da inserção da aresta em outros pares de vértices. Enquanto que, na Estratégia 1, os testes são feitos apenas em pares de vértices w_1 e w_2 cujo $d(w_1) = d(w_2) = 2$, na Estratégia 2, os testes serão realizados nos vértices w_1 e w_2 independentemente do grau destes.

Algoritmo 8: BUSCA LOCAL 2: PSEUDOCÓDIGO DA ESTRATÉGIA 2

1 Selecione dois vértices adjacentes u e v tais que $d(v) \geqslant 3$ e $d(u) \geqslant 3$, conectados pela aresta (u, v);

2 Remova (u, v);

3 Considere a inserção de uma nova aresta $(w_1, w_2) \notin E$ para todo $w_1, w_2 \in V \setminus \{u, v\}$, para quaisquer valores de $d(w_1)$ e $d(w_2)$.

ESTRATÉGIA 3 - N_3

A Estratégia 3 percorre a rede em busca de vértices v_i tal que $d(v_i) \geqslant 3$. Em seguida, remove uma por vez cada aresta desse vértice v_i e a insere em todas as combinações possíveis de pares de vértices do grafo, exceto a combinação retirada. O mesmo é feito para todos os vértices de grau maior que 2. Assim, para cada inserção, é feita a comparação para o número de transponders e confiabilidade da rede modificada.

Algoritmo 9: BUSCA LOCAL 3: PSEUDOCÓDIGO DA ESTRATÉGIA 3

1 Selecione um vértice u tal que $d(u) \geqslant 3$ e que se conecta a outros vértices através das arestas $(u, v_1), (u, v_2), (u, v_3), ..., (u, v_{d(u)})$;

2 **para** $i = 1...d(u)$ **faça**

3 Remova (u, v_i)

4 Considere a inserção de uma nova aresta $(w_1, w_2) \notin E$ para todo $w_1, w_2 \in V \setminus \{u, v_i\}$, para quaisquer $d(w_1)$ e $d(w_2)$.

As estratégias estão em ordem crescente de custo computacional, $N_1 \subset N_2 \subset N_3$. Em virtude do número de iterações crescer exponencialmente, conforme aumenta-se o número de vértices e arestas, é factível a utilização de critérios de parada na busca. Para redes com $m > 20$, o critério de parada utilizado foi o alcance de uma solução ótima ou o tempo máximo de execução de 72 horas.

IV.6. Resultados Computacionais

A execução do algoritmo foi realizada num Intel Pentium 2.16Ghz com 4,00GB de RAM, no sistema operacional Windows 7. Na Tabela IV.3 abaixo, são apresentados os resultados, sendo P a confiabilidade e nT o número de transponders. Foi escolhido como restrição de confiabilidade para todas as redes a média aritmética das confiabilidades OTN e GCO. Assim, $P_{min} = \frac{P_{OTN}+P_{GCO}}{2}$, e como solução inicial do algoritmo, foi utilizada a rede GCO.

Tabela IV.3: Resultados da Otimização do Custo das Redes

	OTN		GCO		GCM		
REDE	P	nT	P	nT	P_{min}	P	nT
Abilenecore	0,9193	534	0,9505	490	0,9349	0,9443	484
Aconet	0,9052	1208	0,9859	1298	0,9456	0,9794	1298
Arnes	0,7725	2646	0,8725	2392	0,8225	0,8547	2324
Austria-changed	0,9059	1122	0,9859	1298	0,9459	0,9794	1298
Bren	0,8473	648	0,8512	660	0,8493	0,8551	648
Bulgaria	0,5302	8646	0,5666	8096	0,5484	0,5627	7984
Canarie	0,9084	2866	0,9669	2442	0,9376	0,9626	2344
Compuserv	0,9169	664	0,9486	590	0,9291	0,9352	640
Darkstrand Modif	0,7916	10170	0,7916	10170	0,7916	0,7916	10170
Internet2	0,9912	73090	0,9961	65670	0,9937	0,9953	63860
Learn	0,8473	648	0,8512	660	0,8493	0,8551	648
Loni	0,8319	19812	0,9266	14748	0,8793	0,9225	14678
Memorex	0,8544	3366	0,9300	2660	0,8921	0,9302	2532
Metrona	0,9619	14894	0,9784	12030	0,9701	0,9784	11998
Mzima	0,8789	1672	0,9320	1380	0,9054	0,9203	1354
Newnet	0,8420	7486	0,9079	6910	0,8750	0,8947	6732
Nlr	0,8291	3604	0,9276	2328	0,8783	0,9260	2260
Omi1	0,9906	16624	0,9997	15400	0,9952	0,9997	14706
Omnicom	0,9932	16638	0,9997	15400	0,9965	0,9997	14706
Pionier	0,8337	4302	0,8941	3926	0,8639	0,8769	3888
Portugal	0,9652	6104	0,9867	5566	0,9759	0,9910	5480
Renater	0,9079	6544	0,9704	6432	0,9391	0,9675	6154
RNP	0,8830	576	0,9221	552	0,9026	0,9163	548
Sanet	0,7037	8488	0,8102	7388	0,7570	0,7766	7374
Sweden	0,8146	4224	0,9027	3408	0,8587	0,8982	3392
Vbns	0,9336	838	0,9770	698	0,9553	0,9690	678
Vianet	0,9114	404	0,9651	364	0,9426	0,9577	360

Para redes que possuem número de arestas $m < 15$, o tempo de execução variou de 3 até 500 minutos. Para redes com número de arestas $15 \leqslant m < 20$ o tempo variou de 20 até 1440 minutos. Para redes com número de arestas $m \geqslant 20$, o tempo variou de 100 até 4.320 minutos, respeitando o critério de parada. A implementação e execução do algoritmo desenvolvido demonstrou resultados que comprovam a sua utilidade.

A Tabela IV.4 elenca os valores da função objetivo para os três casos avaliados.

Tabela IV.4: Valores da Função Objetivo

	OTN	GCO	GCM
REDE	$\frac{C(G)}{P(G,\rho)}$	$\frac{C(G)}{P(G,\rho)}$	$\frac{C(G)}{P(G,\rho)}$
Abilenecore	580,88	515,50	512,53
Aconet	1334,56	1316,54	1294,66
Arnes	3425,14	2741,45	2719,19
Austria-changed	1238,60	1316,54	1294,66
Bren	764,76	775,37	757,83
Bulgaria	16307,32	14288,04	14189,02
Canarie	3155,05	2525,72	2435,19
Compuserv	724,17	698,97	684,36
Darkstrand Modif	12846,88	12846,88	12846,88
Internet2	73736,42	65927,50	64161,95
Learn	764,76	775,37	757,83
Loni	23816,18	15916,59	15910,93
Memorex	3939,72	2860,30	2721,95
Metrona	15484,59	12295,45	12262,75
Mzima	1902,48	1480,63	1471,19
Newnet	8890,84	7611,29	7524,73
Nlr	4347,00	2509,64	2440,53
Omi1	16781,83	15404,37	14710,18
Omnicom	16752,49	15404,37	14710,18
Pionier	5160,10	4391,09	4433,67
Portugal	6324,15	5640,80	5535,60
Renater	7207,86	6628,16	6360,48
RNP	652,32	598,62	598,05
Sanet	12062,51	9118,87	9495,36
Sweden	5185,32	3775,48	3776,43
Vbns	897,64	714,40	699,68

Considerando a restrição de confiabilidade P_{min} e o critério de parada adotados houve sucesso na busca em aproximadamente 70% das redes avaliadas. Nessas redes, foi possível reduzir o número de transponders e, consequentemente, o custo. Avaliando as redes que não alcançaram resultado satisfatório no algoritmo, é coerente a inferência de que as causas são o fato da maioria já contemplar um nível de confiabilidade elevado, ou com uma topologia com custo baixo, ou ainda redes extensas que não concluíram todos os testes em virtude do critério de parada de tempo de execução.

As redes Pionier, Sanet e Sweeden não alcançaram resultado no algoritmo e foram inseridas no algoritmo modificado que ignora a função objetivo e se propõe apenas em reduzir o número de transponders respeitando a restrição de confiabilidade. Em virtude disso, os valores de sua função objetivo para o caso GCM são superiores aos valores do caso GCO. As demais redes que não retornaram resultados também foram executadas no algoritmo modificado, porém com valor da função objetivo superior ao do caso GCO.

Um resultado interessante é a rede Austria-changed. Nesta, o valor da função objetivo da rede

original, OTN, é inferior aos resultados encontrados para os casos GCO e GCM. Por isso, o valor estipulado de P_{min} tem influência direta nos valores obtidos, já que o algoritmo implementado busca a minimização de $\frac{C(G)}{P(G)}$ no intervalo de confiabilidade entre P_{min} e P_{GCO}. Computadores com elevada capacidade de processamento poderiam ser utilizados para investigar o valor ótimo da função objetivo dentro de um intervalo maior de confiabilidade.

Na comparação entre as três situações das redes, nota-se que, na maioria, houve decréscimo do número de transponders das redes OTN para as GCO. Apesar disso, não é regra que o incremento na confiabilidade resulte numa rede com custo mais baixo. No entanto, pelos resultados obtidos nas redes GCM, pode-se observar que, para valores um pouco abaixo da confiabilidade máxima, é possível reduzir os custos da rede na maioria dos casos. Esse fato faz concluir que a exigência de confiabilidade mínima pelo projetista da rede será o principal direcionador do estudo.

Visando obter a experiência visual dos resultados foram plotadas no software *Pajek 2.0* algumas redes. A posição dos vértices e arestas no plano foi definida pelo autor, pois estas poderiam tomar diferentes formas.

Abaixo encontram-se as topologias esboçadas das redes VBNS e Sweden para as modelagens OTN, GCO e GCM.

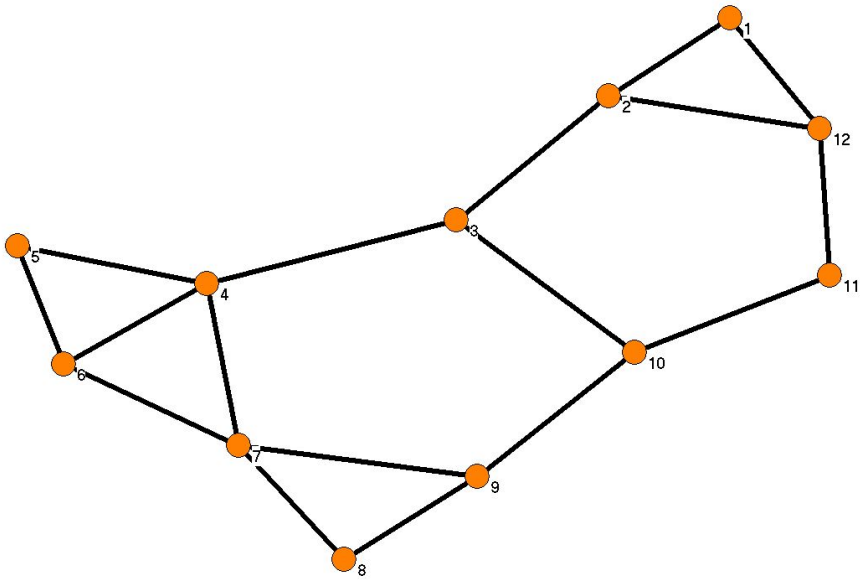


Figura IV.4: Rede Real VBNS (OTN)

Fonte: O autor.

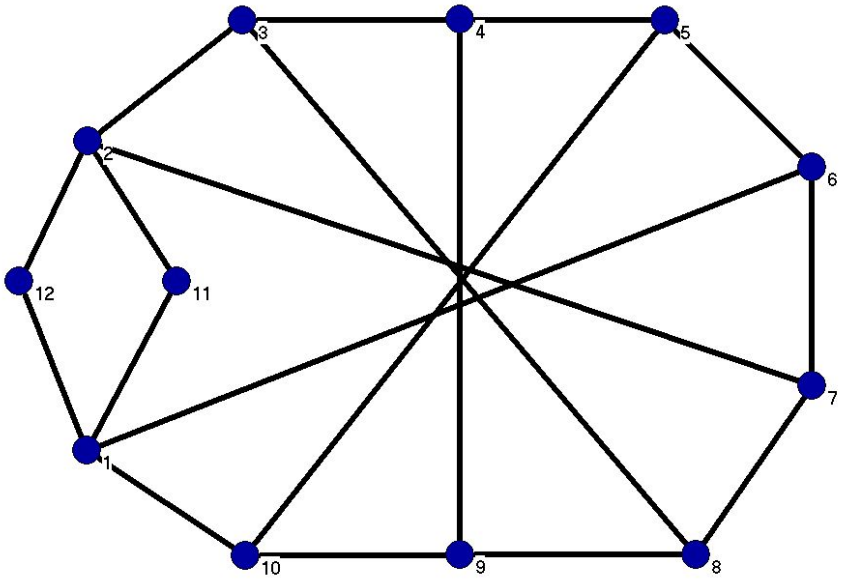


Figura IV.5: Rede GCO associada à VBNS

Fonte: O autor.

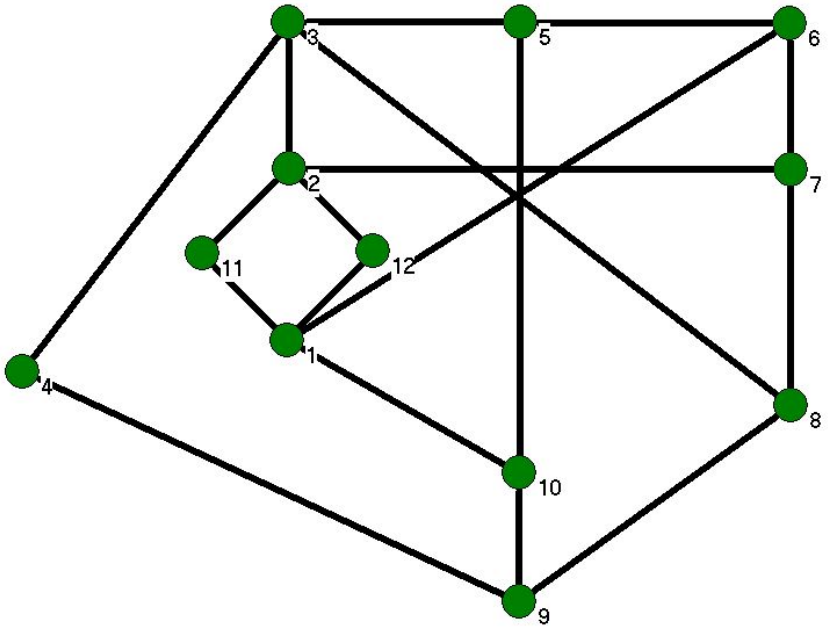


Figura IV.6: Rede GCM associada à VBNS

Fonte: O autor.

A rede VBNS, em sua configuração real, possui confiabilidade $P_{OTN} = 0,9336$, utilizando um total de 838 transponders. Através do algoritmo para obtenção de redes de máxima confiabilidade, chegou-se ao valor de $P_{GCO} = 0,9770$, utilizando 698 transponders. Ou seja, para essa rede, além de maximizar a confiabilidade, a rede GCO ainda reduz os custos através da diminuição do número

de transponders. Suponha que o projetista da rede esteja satisfeito com um valor de confiabilidade referente à média aritmética das confiabilidades da rede OTN e da rede GCO, porém deseje alcançar uma topologia que diminua os custos da rede GCO. Assim, ele executa o Algoritmo 6, com restrição de confiabilidade mínima $P_{min} = 0,9553$, obtendo uma rede com confiabilidade $P_{GCM} = 0,9690$ que satisfaz a restrição e melhora os custos para um número de 678 transponders.

Como mencionado acima, as posições no plano foram definidas de modo a melhorar a experiência visual dos grafos. Apesar da nomenclatura dos vértices serem iguais nas três figuras, o vértice 1 não é o mesmo vértice nas Figuras IV.4, IV.5 e IV.6. A mesma observação é válida para as três próximas redes do caso Sweden.

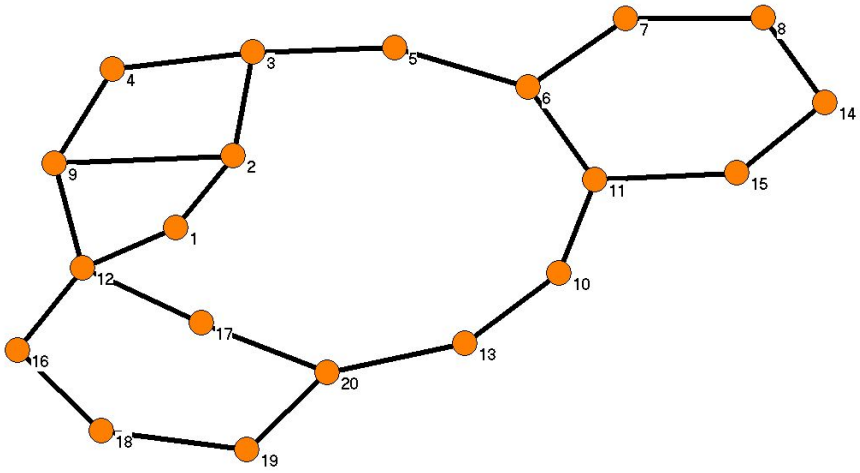


Figura IV.7: Rede Real Sweden (OTN)

Fonte: O autor.

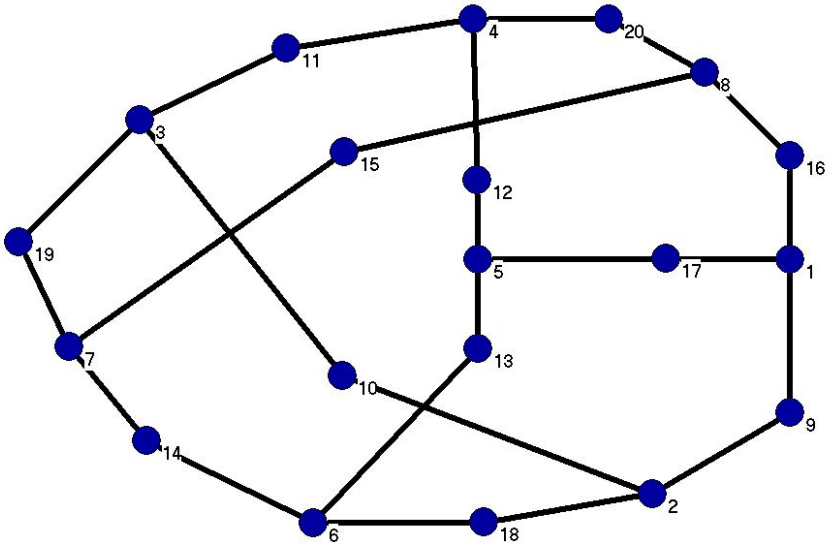


Figura IV.8: Rede GCO associada à Sweden

Fonte: O autor.

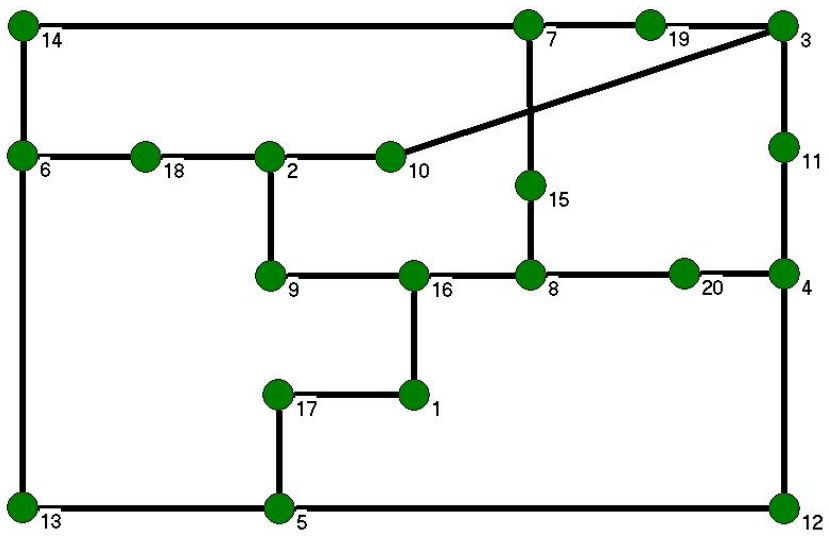


Figura IV.9: Rede Sweden GCM

Fonte: O autor.

A rede Sweden, em sua configuração real, possui confiabilidade $P_{OTN} = 0,8146$, utilizando um total de 4224 transponders. Através do algoritmo para obtenção de redes de máxima confiabilidade, chegou-se ao valor de $P_{GCO} = 0,9027$, utilizando 3408 transponders. Novamente, para essa rede, além de maximizar a confiabilidade, a rede GCO reduz os custos através da diminuição do número de transponders.

Analogamente, supondo que o projetista da rede esteja satisfeito com um valor de confiabilidade referente à média aritmética das confiabilidades da rede OTN e da rede GCO, porém deseje alcançar uma topologia que diminua os custos da rede GCO. Assim, ele executar o algoritmo 6, com restrição de confiabilidade mínima $P_{min} = 0,8587$, obtendo uma rede com confiabilidade $P_{GCM} = 0,8982$ que satisfaz a restrição e melhora os custos para um número de 3392 transponders.

Os resultados validaram positivamente os Algoritmos 5 e 6 implementados para a obtenção de redes com menor custo que respeitam uma restrição de confiabilidade mínima. Ao reduzir o valor dessa restrição, decisão que cabe ao projetista da rede, o custo poderá ser minimizado ainda mais.

Capítulo V - Conclusões

Através do trabalho elaborado foi possível validar o algoritmo proposto por Bauer *et al* de [4], e apresentado por Teixeira em [37], que encontra os grafos de máxima confiabilidade quando o número de vértices n e o número de arestas m atende a condição específica $\left\lfloor \frac{2m}{n} \right\rfloor = 2$ e que, juntamente com o algoritmo proposto por Harary em [19], engloba a maior parte das redes existentes atualmente. O algoritmo foi implementado na ferramenta Matlab e foram testadas as redes reais dispostas no site Internet Topology Zoo. Apesar do elevado esforço computacional requerido, em 96% dos casos estudados foi possível alcançar uma melhora nos níveis de confiabilidade das redes por meio da diminuição do número dos conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 2, 3 e 4. Apenas uma rede manteve seu nível inicial de confiabilidade, o que demonstra que esta já se encontrava em sua topologia ótima.

A análise entre o incremento de confiabilidade e a redução do número de conjuntos de corte de arestas de cardinalidade 2 demonstrou que não existe uma relação linear desses parâmetros. Porém, ficou garantido que, para todos os casos em que houve redução de m_2, necessariamente aumentou o valor de $P(G, \rho)$. Fato esse que já era esperado pela aplicação da equação III.4.

Em complemento ao estudo, foi inserida uma variável importante no trabalho: o custo da rede. A partir daí, o problema sugeriu um tratamento para o *trade off* entre o nível de confiabilidade da rede e seu custo. Para o cálculo do custo das redes de telecomunicações, utilizou-se a aproximação pela quantidade requerida de transponders para o funcionamento da rede. Esse número foi obtido através da implementação do algoritmo de Suurballe, que é baseado no algoritmo de Dijkstra, também na ferramenta Matlab.

A implementação dos Algoritmos 5 e 6, inspirada na metaheurística VNS, demonstrou uma adaptação que visava o alcance de soluções de boa qualidade, porém com esforço computacional reduzido. Através desses algorítmos modificados, foram gerandos resultados satisfatórios na análise das redes reais simuladas.

Como elementos de saída desses algorítmos, foi possível obter novas topologias de redes que reduziam os custos e que respeitavam as restrições de número de vértices e arestas e o nível de confiabilidade mínimo requerido para a rede. Os novos grafos otimizaram a relação $\frac{C(G)}{P(G,\rho)}$, demonstrando a eficácia dos algoritmos, havendo uma diminuição nos custos em aproximadamente 70% das redes estudadas.

Como trabalhos futuros e inspirações dessa dissertação destacamos as seguintes propostas:

- Realizar o mesmo estudo desta dissertação, porém contando com a premissa das falhas ocorrendo somente nos vértices. Essa pode ser uma peculiaridade de outros tipos de redes, como por exemplo falhas em grandes usinas hidrelétricas no autorestabelecimento da rede no Sistema Interligado Nacional.

- Realizar o mesmo estudo desta dissertação, com a premissa de falhas ocorrendo nos vértices e arestas. Para essa modelagem, o cálculo da confiabilidade da rede seria mais complexo e o esforço computacional requerido mais elevado.

- Utilizar maneiras diferenciadas de orçar os custos de cada aresta, como distância, custo de construção, podendo até especificar o custo de cada aresta individualmente.

- Fazer um estudo mais detalhado das variações de $P(G, \rho)$ a partir de variações de ρ, tendo como ponto de partida a equação III.4.

- Trabalhar com valores individualizados de probabilidade de falha ρ para cada aresta, através de uma matriz de taxas de falha.

- Através da especificação dos vértices no mapa e de uma matriz de custos para todas as possibilidades de arestas, avaliar qual dos grafos isomorfos seria o menos oneroso para a rede de máxima confiabilidade encontrada.

- Implementar uma análise de custos para outros tipos de redes, baseando-se em outros fatores que não o número de transponders.

- Utilizar supercomputadores de modo a elevar a capacidade de processamento dos algoritmos implementados, expandindo o critério de tempo de parada para percorrer o maior número possível de grafos gerados.

- Avaliar a confiabilidade da ampliação de uma rede existente através da inserção de t novas arestas.

Referências Bibliográficas

[1] The Internet Topology Zoo. Disponível em http://www.topology-zoo.org. Accesso: 09-03-2015.

[2] ITU-T Recomendation G.691 terms and definitions. Disponível em https://www.itu.int. Accesso: 11-02-2016.

[3] BALL, M., P. J. The complexity of counting cuts and computing the probability that a graph is connected. *SIAM J. Comput 12* (1983), 777–788.

[4] BAUER, D., B. F. S. C. Combinatorial optimization problems in the analysis and design of probabilistic networks. *Networks 15* (1985), 257–271.

[5] CARDOSO, J., A. J. D. J., AND COELHO, P. Structural reliability analysis using monte carlo simulation and neural networks. *Advances in Engineering Software 39* (2008), 505–513.

[6] CHAVES, F. S.; OLIVEIRA, C. S. L. L. S. Uma análise comparativa entre a confiabilidade de um conjunto de redes reais e os grafos de confiabilidade Ótima. *XLVII SBPO* (2015), 3390–3400.

[7] CHAVES, D. A. R. *Projeto de Redes Ópticas de Alta Capacidade Utilizando Técnicas de Otimização Bioinspiradas*. PhD thesis, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

[8] COLBOURN, C. J. Designs and graphs. *Sicrete Mathematics special volume* (1991).

[9] DAMCI, P. *Algorithms for the Survivable Telecommunications Network Design Problem Under Dedicated Protection*. PhD thesis, bilkent university, 2010.

[10] DENG, H., C. J. L. R. On the construction of most reliable networks. *Discrete Applied Mathematics 140* (2004), 19–33.

[11] DHARMAWEERA, N., PARTHIBAN, R., AND SEKERCIOGLU, Y. Multi-constraint physical topology design for all optical networks. In *Telecommunications (ICT), 2011 18th International Conference on* (2011), IEEE, pp. 463–469.

[12] DIJKSTRA, E. W. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik 1* (1959), 269–271.

[13] EL-GORASHI, T. E., DONG, X., LAWEY, A., AND ELMIRGHANI, J. M. Core network physical topology design for energy efficiency and resilience. In *Transparent Optical Networks (ICTON), 2013 15th International Conference on* (2013), IEEE, pp. 1–7.

[14] ELSHQEIRAT, B., S. S. R. S., AND LAZARESCU, M. Topology design with minimal cost subject to network reliability constraint. *IEEE Transactions on Reliability 64* (2015), 118–131.

[15] FILHO, E. M. S, F. V. J. M. F. L. L. S. Variable neighborhood search aplicada ao problema de transporte dutoviário. *XXXIX SBPO* (2007).

[16] FISHMAN, G. S. A monte carlo sampling plan for estimating network reliability. *Operations Research 34* (1986), 581–594.

[17] GIROLIMETTO, M. *Variáveis de Mérito de Topologias de Redes Ópticas de Transporte de Telecomunicações*. PhD thesis, Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2014.

[18] GOLDBARG, M. *Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações*. Elsevier Brasil, 2012.

[19] HARARY, F. *Graph Theory*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1969.

[20] KELMANS, A. Connectivty of probabilistic networks. *Automatic Telemekhania 3* (1966), 98–116.

[21] KNIGHT, S.; NGUYEN, H. F. N. B. R. R. M. The internet topology zoo. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal 29* (2011), 1765–1775.

[22] LEE, K. LEE, H., AND MODIANO, E. Reliability in layered networks with random link failures. *INFOCOM'10, IEEE Press 29* (2010), 1667–1675.

[23] LIMA, L. *Vulnerabilidade de redes em grafos de Harary*. PhD thesis, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

[24] LIMA, L.S, T. L. A. N. Modelos de redes confiáveis. *Sistemas e Gestão 9* (2014), 488–494.

[25] LIU, T., YANG, W., AND HUANG, J. Reliable network design problem under node failure with benders decomposition. *Applied Mathematics 5*, 02 (2014), 241.

[26] MA, X., KIM, S., AND HARFOUSH, K. Towards realistic physical topology models for internet backbone networks. In *High-Capacity Optical Networks and Enabling Technologies (HONET), 2009 6th International Symposium on* (2009), IEEE, pp. 36–42.

[27] MLADENOVIĆ, N., AND HANSEN, P. Variable Neighborhood Search. *Computers & Operations Research 24*, 11 (1997), 1097–1100.

[28] NGUYEN, H. V., AND TRUONG, D. L. Survivable physical topology design for all-optical metro core networks. In *Computing, Management and Telecommunications (ComManTel), 2013 International Conference on* (2013), IEEE, pp. 38–42.

[29] PAVAN, C. *Dimensioning of Multilayer Optical Networks*. PhD thesis, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2011.

[30] PAVAN, C., DE LIMA, L., PAIVA, M., AND SEGATTO, M. How reliable are the real-world optical transport networks? *Journal of Optical Communications and Networking 7*, 6 (2015), 578–585.

[31] REIS NETO, B. *Um survey sobre parâmetros de vulnerabilidade em redes*. PhD thesis, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

[32] ROCHA SILVA, R. *Relação Custo-Benefício em Redes Ópticas Hierárquicas*. PhD thesis, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2011.

[33] SHANGIN, R. E., PARDALOS, P. M., AND PANYUKOV, A. V. Heuristics for the design of reliable networks with k-tree topology. *International Journal of Artificial Intelligence™ 13*, 1 (2015), 165–183.

[34] SHPUNGIN, Y. Combinatorial approach to reliability evaluation of network unreliable nodes ad unreliable dges. *WASET* (2006).

[35] SNOW, A. Network reliability: the concurrent challenges of innovation, competition, and complexity. *IEEE Transactions on Reliability 50* (2001), 38–40.

[36] SUURBALLE, J. W., T. R. E. A quick method for finding shortest pairs of disjoint paths. *Networks 14* (1984), 325–336.

[37] TEIXEIRA, L. *Grafos que modelam redes confiáveis*. PhD thesis, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

[38] WANG, G., Z. L. The structure of max λ - min $m_{\lambda+1}$ graphs used in the design of reliable networks. *IEEE Transactions on Reliability 30* (1997), 231–242.

[39] YEH, M.S., L. J., AND YEH, W. A new monte carlo method for estimating network reliability. *Proceedings of the 16th International Conference on Computers and Industrial Engineering* (1994), 723–726.

[40] YU, S., S. F. M. H. Uniformly optimal graphs in some classes of graphs with node failures. *Discrete Mathematics 310* (2010), 159–166.